

1. BÖLÜM

VEKTÖRLER

MOMENT

DENGE

PARALEL KUVVETLER

KÜTLE MERKEZİ

BASİT MAKİNALAR

Yazar : Dr. Tayfun Demirtürk
E-posta: tdemirturk@pau.edu.tr

Bir fizik problemini çözmeye başlamadan önce ele aldığımız problemde kullanılan ifadelerin ne tür nicelik olduğunu bilmemiz kullanacağımız matematik dili için çok önemlidir. Çünkü her iki nicelik içinde kullanılan matematik dili farklıdır. Sözün özü, fizikte, iki tür nicelik bulunur.

1. Skaler nicelikler:

Sadece büyüklük ve birim ile ifade edilen niceliklerdir. Bunlardan bazıları:

Örnekler	<u>Simge</u>	<u>Büyüklük</u>	<u>Birim</u>
Kütle	m	3	kg
Zaman	t	8	$saat$
Enerji	E	500	$kw.saatt$
İş	W	300	$joule$
Güç	P	80	$watt$
Elk. Yüğü	q	-3	$coulomb$
Hacim	V	2	$litre$
Alan	S	5	cm^2
Uzunluk	l	3	$metre$
Sürat	s	25	m/sn
Yol	d	30	km

Skaler niceliklerde kullanılan matematik basit cebirsel işlemlerdir (toplama, çıkarma, çarpma ve bölme gibi). Bu işlemlerde işaretlerin kullanılması çok önemlidir, çünkü işleme dâhil edilirler.

Örnek:

$$3 \text{ kgE} + 5 \text{ kgE} = 8 \text{ kgE}$$

$$8 \text{ kgE} - 2 \text{ kgE} = 6 \text{ kgE}$$

$$6 \text{ kgE} \div 3 = 2 \text{ kgE}$$

$$2 \text{ kgE} * 200 \text{ Tl/kgE} = 400 \text{ Tl}$$

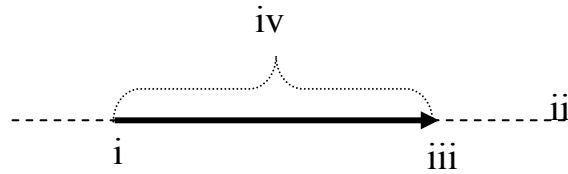
2. Vektörel nicelikler:

Büyüklik ve birimi dışında birde yön ile ifade edilen niceliklerdir, kısaca yönlü büyüklüklerdir.

Örnekler	<u>Simge</u>	<u>Büyüklik</u>	<u>Birim</u>	<u>Yön</u>
Kuvvet	$\mathbf{F} \equiv \vec{F}$	80	N	sağa
Yerdeğiştirme	$\mathbf{X} \equiv \vec{X}$	25	m	kuzey
Hız	$\mathbf{V} \equiv \vec{V}$	30	km/h	batı
İvme	$\mathbf{a} \equiv \vec{a}$	10	m/sn ²	güney
Moment	$\mathbf{M} \equiv \vec{M}$	25	N.m	×

Herhangi bir ifadenin, vektörel bir nicelik olduğunu belirtmek için, simgesinin üzerine bir ok işareti “→” koyulur ya da **koyu** renkte gösterilir. Bir ifadenin vektörel bir nicelik olabilmesi için şu dört koşulunda belirtilmesi gerekir.

- Başlangıç noktası
- Doğrultusu
- Yönü
- Büyüklüğü

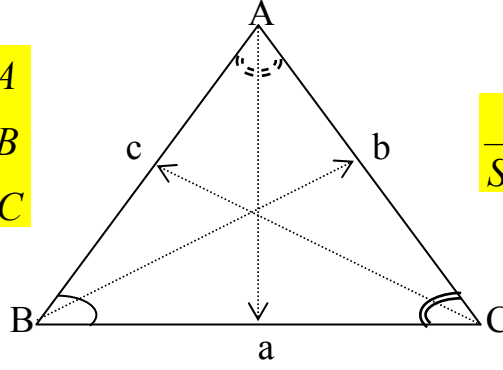


Vektörler, simgesel olarak ok ile gösterilir. Vektörel niceliklerde toplama (bileşke bulma) yapılırken artık skaler işlemlerde olduğu gibi basit cebirsel işlemleri kullanmak tek başına yeterli olmayabilir. Vektörlerde kullanılan matematik çoğunlukla geometrinin ve trigonometrinin esaslarına dayanır, onun için bazı geometrik ve trigonometrik kaideleri çok iyi bilmeliyiz.

COSİNÜS TEOREMİ

Herhangi bir üçgende iki kenarın büyüklüğü ve aralarındaki açı biliniyorsa bilinmeyen üçüncü kenarı bulmak için kullanılır.

$$\begin{aligned}a^2 &= b^2 + c^2 - 2.b.c.CosA \\b^2 &= c^2 + a^2 - 2.c.a.CosB \\c^2 &= a^2 + b^2 - 2.a.b.CosC\end{aligned}$$



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = \text{sabit}$$

Görüldüğü gibi A, B ve C iç açılarıdır.

SİNÜS TEOREMİ

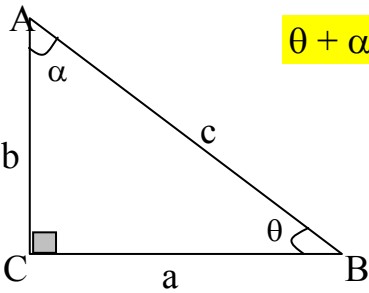
Herhangi bir üçgende iki açının değeri ve en az bir kenarın uzunluğu biliniyorsa bilinmeyen diğer kenarların uzunluğunu bulmak için kullanılır. Yani, bir üçgende her bir kenarın uzunluğunun, gördüğü açının Sinüs'üne oranı daima sabit ve birbirine eşittir.

Büyük açı $\approx$ Büyük kenar

Küçük açı $\approx$ Küçük kenar

PİSAGOR TEOREMİ

Sadece dik üçgenler için uygulanır. Herhangi bir dik üçgende, dik kenarların karelerinin toplamının karekökü hipotenüsü verir.



$$\theta + \alpha = 90^\circ$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

ayrıca

$$\sin \theta = \frac{b}{c} = \cos \alpha$$

$$\cos \theta = \frac{a}{c} = \sin \alpha$$

$$\tan \theta = \frac{b}{a} = \cot \alpha$$

$$\cot \theta = \frac{a}{b} = \tan \alpha$$

Tanımlardanda anlaşılacağı gibi birbirini 90° dereceye tamamlayan açıların “Sin” ve “Cos” değerleri birbirine eşittir.

Ayrıca bazı trigoneometrik açılımlarıda hatırlamada fayda var: bunlardan bazıları,

$$\sin(A+B) = \sin A \cdot \cos B + \sin B \cdot \cos A$$

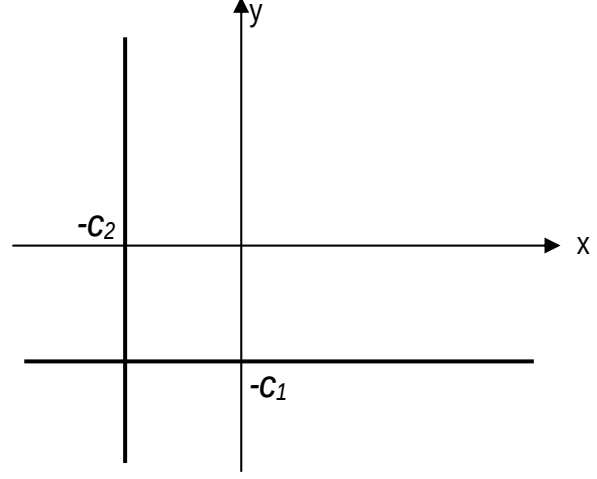
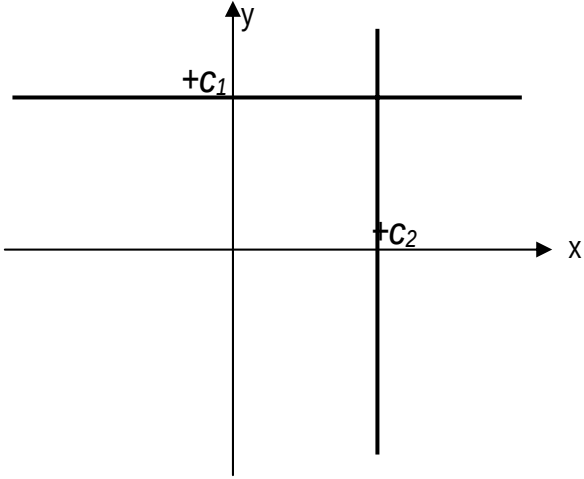
$$\cos(A+B) = \cos A \cdot \cos B - \sin A \cdot \sin B$$

$$\sin(A-B) = \sin A \cdot \cos B - \sin B \cdot \cos A$$

$$\cos(A-B) = \cos A \cdot \cos B + \sin A \cdot \sin B$$

Bazı Fonksiyonların Tanım Şekli ve Grafiklerinin Çizilmesi:

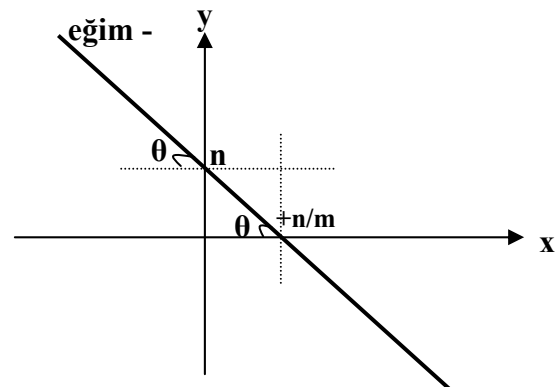
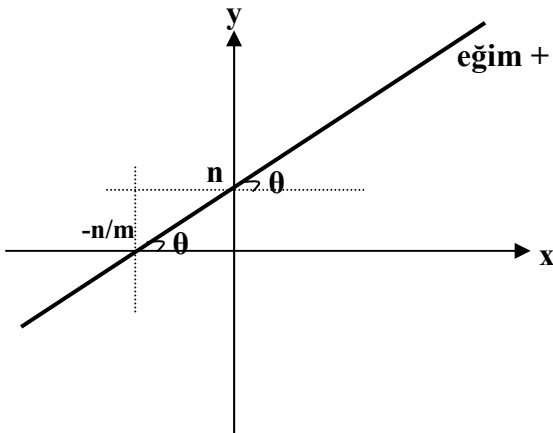
- $y = \pm c_1$ ve $x = \pm c_2$ (“c” herhangi bir sabit sayı)



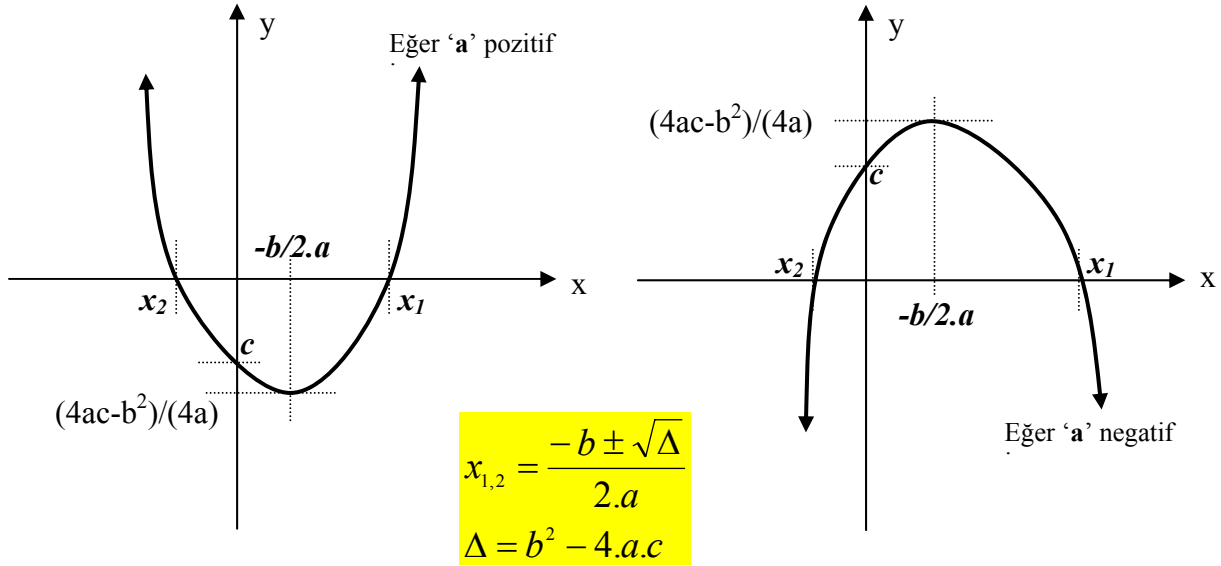
- $y = mx + n$ (1. dereceden bir polinom)

$m \Rightarrow$ doğrunun yatay (x) eksenle yaptığı açının tanjantı yani eğimi ($m = \tan \theta$),

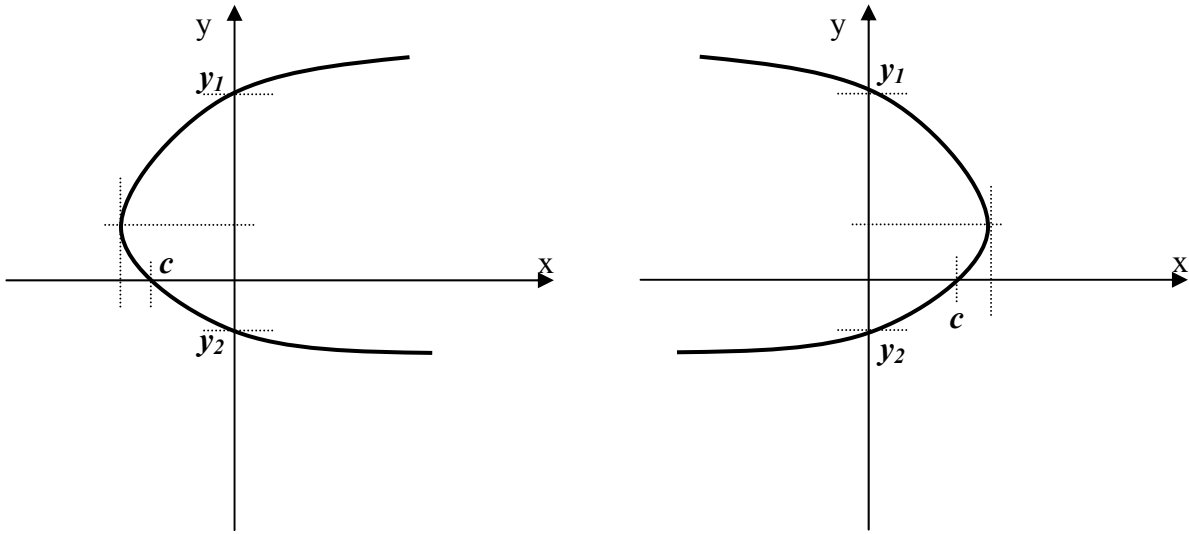
$n \Rightarrow$ doğrunun dikey eksen (y) i kestiği nokta



- $y = ax^2 + bx + c$ (2. dereceden bir polinom) (a, b, c birer reel sayıdır)



- $x = ay^2 + by + c$ (a, b, c birer reel sayıdır)



VEKTÖRLERDE TOPLAMA İŞLEMİ

$\vec{A}$: A vektörü

A veya $|A|$: A vektörünün büyüklüğü diye okunurlar.

• Vektörler aynı doğrultu ve yönlü iseler:

Aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi, bir cismin üzerine aynı doğrultu ve yönlü olarak etkiyen iki kuvvet vektörümüz olsun.



İki vektörün doğrultu ve yönleri aynı ise bileşke vektörün büyüklüğü bu vektörlerin büyüklükleri toplamına eşittir. Ayrıca, bileşke vektörde diğer vektörlerle aynı doğrultu ve yönlüdür.

Bileşke (R) = Toplam (Σ) $\Rightarrow$

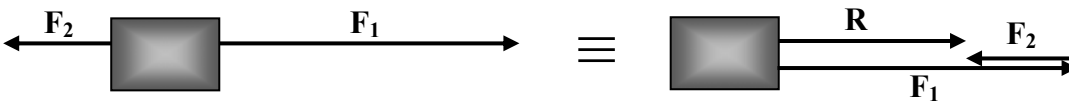
$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \Rightarrow R = F_1 + F_2$$

Bileşke (Toplam)
Vektör Notasyonu

Bileşke vektörün
büyüklüğünün bulunması

• Vektörler aynı doğrultulu fakat ters yönlü iseler:

Aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi, bir cismin üzerine aynı doğrultulu fakat ters yönlü olarak etkiyen iki kuvvet vektörümüz olsun.



İki vektör aynı doğrultulu fakat ters yönlü ise bileşke vektörün büyüklüğü bu vektörlerin büyüklükleri farkına eşittir ayrıca bileşke vektör büyük kuvvet ile aynı doğrultu ve yönlüdür.

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \Rightarrow R = F_1 - F_2$$

Bileşke (Toplam)
Vektör Notasyonu

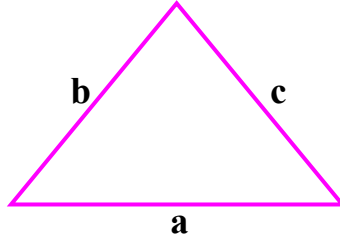
Bileşke vektörün
büyüklüğünün bulunması

• **Vektörler aynı doğrultulu değil iseler:**

Peki ya bizim vektörlerimiz aynı doğrultulu değil ise, ne yapmamız gerekiyor? İşte böyle bir durumda kısaca, iki vektörün bileşkesinin büyüklüğü vektörlerin büyüklükleri farkından ya büyük-eşittir yada büyüklükleri toplamından küçük-eşittir denir.

$$F_1 - F_2 \leq R \leq F_1 + F_2$$

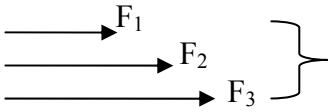
Yukarıdaki bu durum, hatırlarsanız, bir üçgendede herhangi bir kenarın uzunluğu diğer iki kenarın uzunlukları farkından büyük ya da uzunlukları toplamındanda küçüktür prensibiyle uyushmaktadır.



$$a-b < c < a+b$$

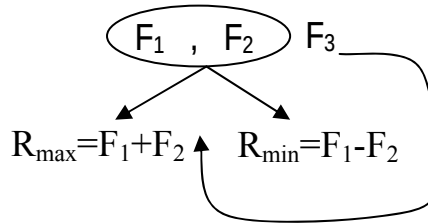
Soru: Herhangi üç vektörün bileşkesinin büyüklüğünün alabileceği **max** ve **min** değerleri için ne söyleyebiliriz?

Cevap: Her üç vektörde aynı yönlü iseler, bileşke **maximum**dur:



$$R_{\max} = F_1 + F_2 + F_3 \text{ dür.}$$

R_{min} i bulma testi: R_{min} i bulmak için önce bileşkenin **sıfır** olup olmayacağını kontrol etmeliyiz. Bunun için öncelikle bu üç vektörden herhangi ikisi seçilir ve bu iki vektörün **max** ve **min** bileşke değerleri bulunur. Eğer geride kalan 3. vektörün büyüklüğü bulduğumuz **min** ve **max** bileşke değerlerin arasında ise bize verilen bu üç vektörün bileşkesinin **min** değeri kesinlikle sıfırdır aksi takdirde değildir. Bu takdirde bileşkenin **min** değeri en büyük vektörden diğer iki küçük vektörün büyüklükleri çıkartılarak bulunur.



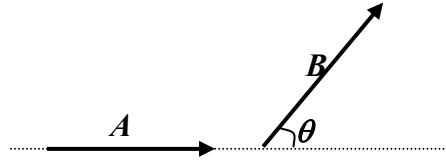
Eğer, $[F_1 - F_2 \leq F_3 \leq F_1 + F_2]$ ise bileşke (R) yani R_{min} **sıfırdır**.

Aksi takdirde: $R_{\min} = F_3 - (F_1 + F_2)$ dir.

(F₁ ve F₂ en küçük büyüklüklere sahip olmak koşuluyla)

- Şimdide vektörlerin doğrultuları farklı ise bileşke vektörün yönü ve büyüklüğü nasıl bulunur buna bakalım.

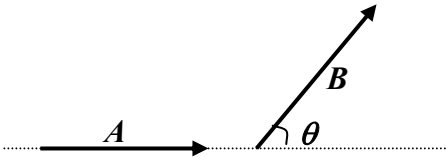
Şekildeki gibi iki vektörümüz olsun. $\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{R}$ nin doğrultusu, yönü ve büyüklüğü nedir?



Bileşke vektörü bulmak için birkaç yöntem vardır, bunlardan bazıları:

1. Uç- Uca ekleme yöntemi.

Şekildeki gibi iki vektörümüz olsun.

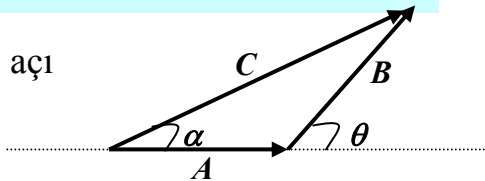


$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{R}$ nin doğrultusu, yönü ve büyüklüğü nasıl bulunur?

Önce vektörler doğrultu, yön ve büyüklükleri değiştirilmeden birinin başlangıç noktası diğerinin bitim noktasına gelecek şekilde yeniden çizilir. Birinci vektörün başlangıcından diğer vektörün bitimine doğru çizilen doğru bileşke vektördür. Birinci vektörün başlangıcı bileşkeninde başlangıcı, diğer vektörün bitim noktasıda bileşkenin bitim noktasıdır.

A, B ve θ bilinenleriyle C ve α = ?

θ : dış açı



$$C^2 = A^2 + B^2 - 2.A.B.Cos(180-\theta)$$

$$Cos(180-\theta) = - Cos \theta$$

$$C^2 = A^2 + B^2 + 2.A.B.Cos \theta$$

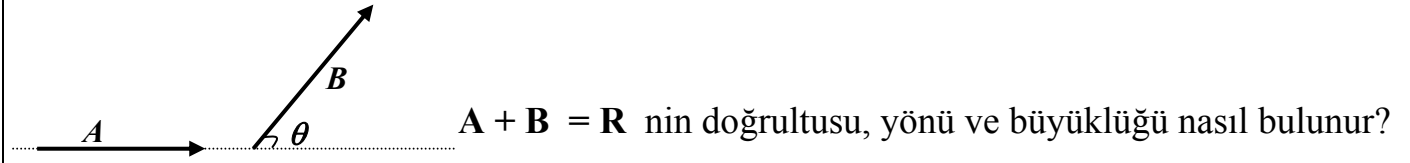
Görüldüğü gibi bu şekil bir üçgendir, hemen üçgenlerdeki COS teoremini hatırlayarak bilinmeyen üçüncü kenar yani bileşke vektörün büyüklüğünü bulabiliriz. Peki, bileşkenin büyüklüğünü bulduk ama doğrultusunu (bileşke vektörün herhangi bir eksenle yaptığı açı) bulabilirmiyiz. Evet, nasılmı? Tabiki SİNÜS veya COS teoremini tekrardan uygulayarak. Bu sefer;

$$B^2 = C^2 + A^2 - 2.C.A.Cos(\alpha)$$

$$Cos(\alpha) = [C^2 + A^2 - B^2] / [2.C.A]$$

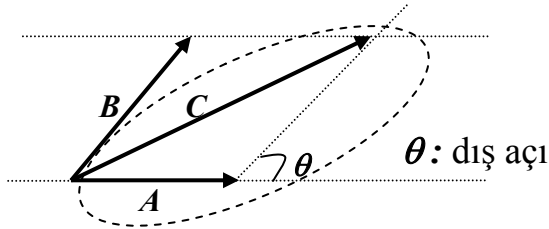
2. Paralel Kenar yöntemi.

Şekildeki gibi iki vektörümüz olsun.



Önce vektörler, başlangıç noktaları çakışacak şekilde doğrultu, yön ve büyüklükleri değiştirilmeden yeniden çizilir. Daha sonra vektörlerin bitim noktalarından diğer vektöre paralel doğrular çizilir. Vektörlerin başlangıç noktalarından paralel doğruların kesişim noktasına çizilen doğru bileşke vektördür. Vektörlerin başlangıcı bileşkeninde başlangıcı, paralel doğruların kesişim noktası ise bileşkenin bitim noktasıdır.

A, B ve θ bilinenleriyle $C = ?$



$$C^2 = A^2 + B^2 - 2.A.B.Cos(180-\theta)$$

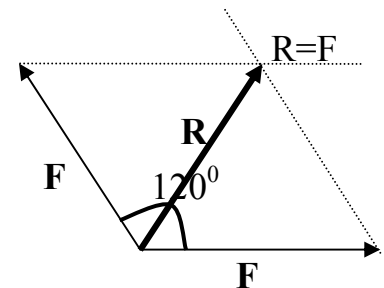
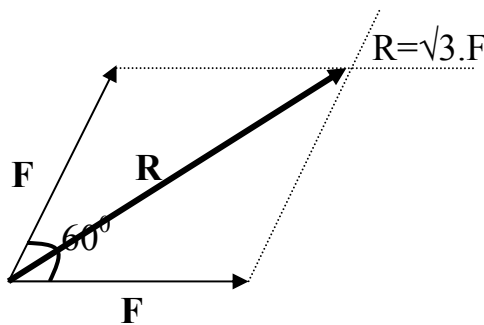
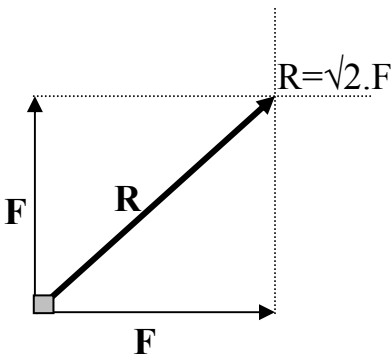
$$Cos(180-\theta) = -Cos\theta$$

$$C^2 = A^2 + B^2 + 2.A.B.Cos\theta$$

Görüldüğü gibi paralel kenarın bir kısmı uç-uca ekleme yönteminde oluşan üçgenin aynısıdır. Bundan yararlanarak yani COSİNÜS teoremini uygulayarak bileşke vektörün büyüklüğü bulunur.

Özel durumlar: Bazı özel durumlar vardırki “matematikteki çarpım tablosunu bilmek gibi” bunları önceden bilmek bize hem işlem kolaylığı hemde zamandan kazanç sağlar. Mesela:

- Eğer iki vektörün büyüklükleri aynı ise, bileşke vektör daima açıortay doğrultusundadır.

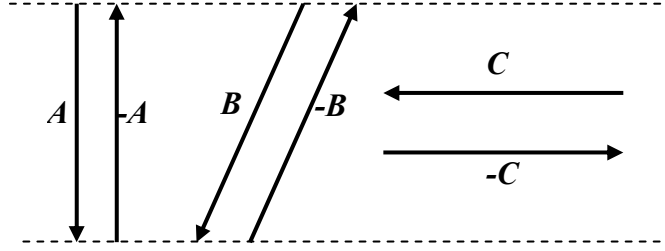


VEKTÖRLERDE ÇIKARMA İŞLEMİ

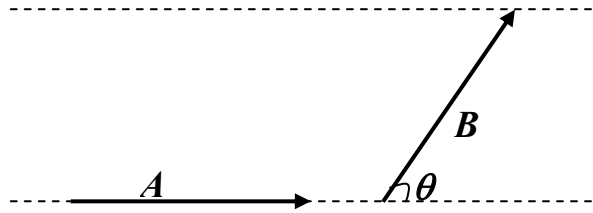
Evet, yanlış okumadınız vektörlerde çıkarma, hatta çarpma ve bölme işlemide var, bunları zamanla sırası geldikçe anlatacağız. Vektörlerde çıkarma işlemine girmeden önce “Negatif Vektör” kavramını öğrenelim:

Negatif Vektör: Herhangi bir vektörün doğrultusu ve büyüklüğü değiştirilmeden yönü 180 derece çevrilmiş (yani ters döndürülmüş) olan haline o vektörün negatif vektörü denir.

Örneğin:



Şimdide şu iki vektörün farkını bulalım: $\mathbf{A} - \mathbf{B} = ?$

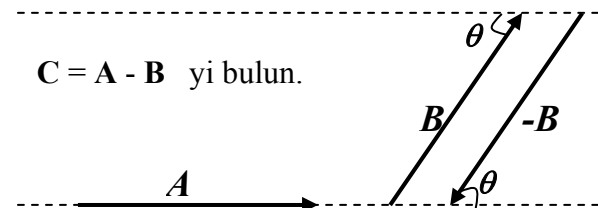


Biz bunu şu şekildedeki yazabiliriz ve anlamda bir değişiklik olmaz:

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} = \mathbf{A} + (-\mathbf{B})$$

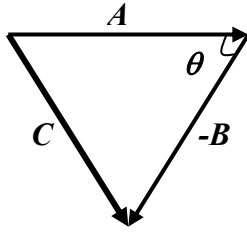
Dolayısıyla buda, $\mathbf{A}$ vektörünün $-\mathbf{B}$ vektörü ile toplamıdır. Sizin anlayacağınız çaktırmadan fark işlemini negatif vektör tanımını kullanarak daha önceden öğrendiğimiz toplama işlemine dönüştürmüş olduk. Şimdi bu işlemin uygulamasını görelim.

Örnek soru:



Uç-uca ekleme yöntemini uygularsak,

A, B ve θ bilinenleriyle



$$C^2 = A^2 + B^2 - 2.A.B.\cos\theta$$

θ : iç açısı ☺

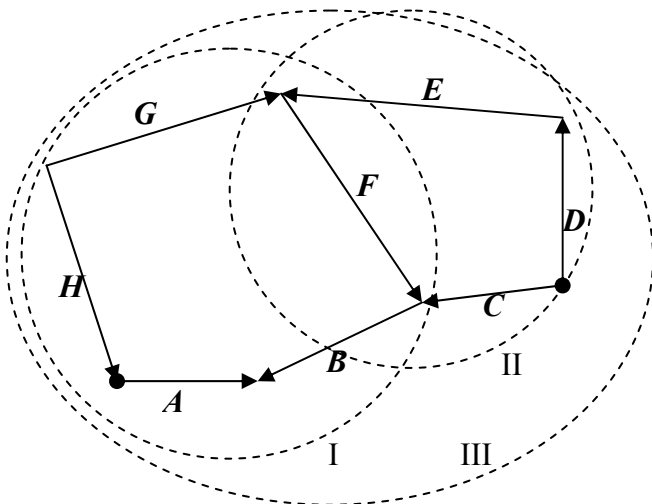
Umarım burada dikkat edilecek hususu hemen hatırladınız değilmi. Hani şu iç açı, dış açı meselesi.

KAPALI VEKTÖR DİAGRAMLARI

Kapalı bir vektör diagramında, vektörlerin yönleri dikkate alınarak yapılan toplamı daima sıfıra eşittir.

Peki bu işlemi nasıl uyguluyoruz:

Önce diagram üzerinde kendimize bir sabit nokta ve diagram üzerinde dolanmak için bir hareket yönü tespit ederiz. Seçtiğimiz nokta ve hareket yönünde vektörler üzerinde hareket eder iken eğer vektör bizim hareket yönümüz ile aynı yönlü ise onu pozitif (+) bir vektör, hareketimiz ile ters yönlü ise onu negatif (-) bir vektör kabul ederek vektörel toplama yaparız, hareket noktamıza geri gelinceye kadar. Harekete başladığımız noktaya geri döndüğümüzdede yazdığımız bu toplamın sonucunu sıfıra eşitleriz.



$$\text{I) } A - B - C - G + H = 0$$

$$\Rightarrow A + H = B + C + G$$

$$\text{II) } D + E + F - C = 0$$

$$\Rightarrow D + E + F = C$$

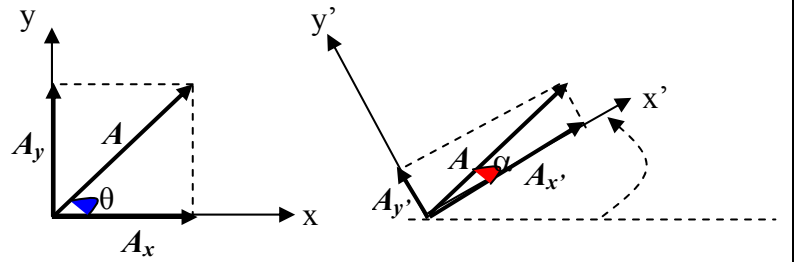
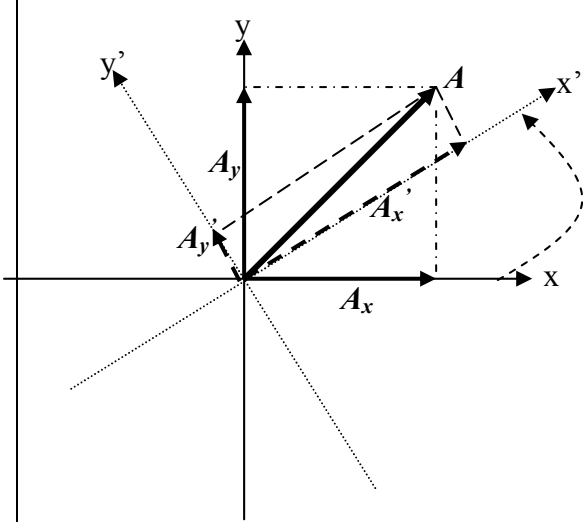
$$\text{III) } A - B - C + D + E - G + H = 0$$

$$\Rightarrow A + D + E + H = B + C + G$$

Şu ana kadar hep iki vektörün bileşkesini bulmayı gördük. Peki, ikiden fazla vektörümüz olsaydı ve bunların bileşkesini bulmak isteseydik hala COS teoremini uygulamakta ısrarını edecektik. Kesinlikle hayır, eğer COS teoremini uygulayarak çoklu vektörlerin bileşkesini bulmaya yeltenseydik bu bize vakit kaybından ve ızdıraptan başka bir şeye mal olmazdı. Peki, bu durum karşısında ne yapacağız. İşte bu gibi durumlar için yeni bir metod daha öğreneceğiz.

BİLEŞENLERİNE AYIRMA METODU

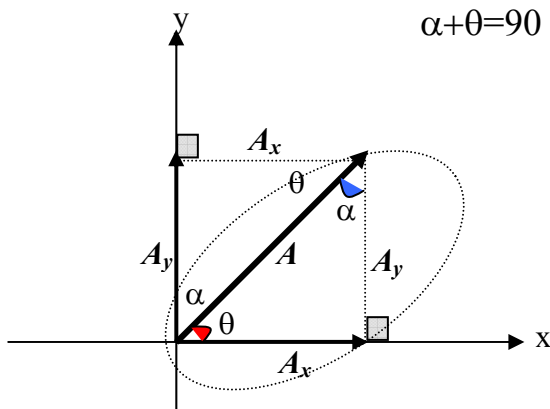
Bir vektörün kendisini meydana getirebilecek en az iki dik vektör cinsinden ifade edilmesine bileşenlerine ayırma denir (bu sayı illa iki mi olmak zorundadır?). Ya da, bir vektörün, herhangi bir koordinat sistemine yerleştirilmiş iken, bu vektörün her bir koordinat eksenindeki dik izdüşümlerine o vektörün dik bileşenleri denir. Dolayısıyla, bir vektörü, kendisini meydana getirebilecek sonsuz sayıda dik bileşenler cinsinden ifade etmek mümkündür. Nasılımı? Sadece vektörün başlangıç noktasına yerleştireceğiniz koordinat sistemini biraz çevirin göreceksiniz



$$A = A_x + A_y = A \cdot \cos\theta + A \cdot \sin\theta$$

$$A = A_{x'} + A_{y'} = A \cdot \cos\alpha + A \cdot \sin\alpha$$

Şimdi bir vektörü yerleştireceğimiz koordinat sistemine göre bileşenlerine ayırmasını görelim.



$$\alpha + \theta = 90$$

$$\sin\theta = \frac{A_y}{A} = \cos\alpha$$

$$A_y = A \cdot \sin\theta \quad \text{yada} \quad A_y = A \cdot \cos\alpha$$

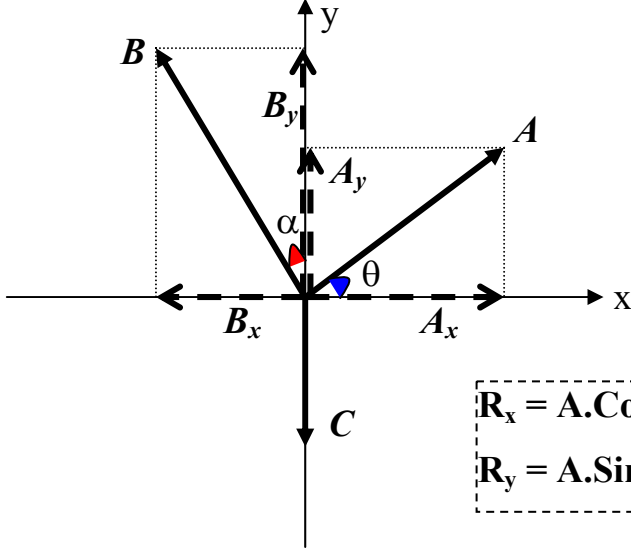
$$\cos\theta = \frac{A_x}{A} = \sin\alpha$$

$$A_x = A \cdot \cos\theta \quad \text{yada} \quad A_x = A \cdot \sin\alpha$$

Bir dik üçgendeki SİN ve COS tanımlarından yararlanırsak:

Dikkat: Bir açının komşuluğundaki dik kenarın uzunluğunu hesaplarken **Komsu** kelimesi size **COS** inüsün, açının karşısındaki dik kenarın uzunluğunu hesaplarkende **Karşı** kelimesi size **SİN** üsün kullanılacağını hatırlatmalı ☺.

Şimdide bileşenlerine ayırma yönteminden yararlanılarak bileşke vektörün nasıl bulunacağına bir bakalım. **Soru:** $A + B + C = ?$



	<u>X</u>	<u>Y</u>
A	$+ A \cdot \cos\theta$	$+ A \cdot \sin\theta$
B	$- B \cdot \sin\alpha$	$+ B \cdot \cos\alpha$
C	0	$- C$
R	R_x	R_y

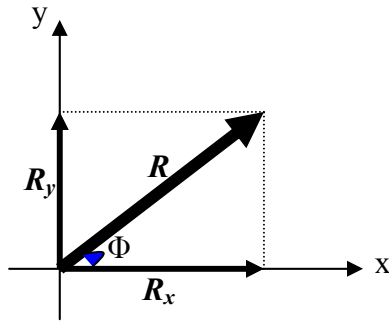
$$R_x = A \cdot \cos\theta - B \cdot \sin\alpha$$

sonucun işareti "+" farzedelim

$$R_y = A \cdot \sin\theta + B \cdot \cos\alpha - C$$

sonucun işareti "+" farzedelim

R_x ve R_y dik bileşkeleri yeni bir kartezyen koordinat sistemine taşır ve buradanda bileşke sonuç vektörünün büyüklüğünü ve doğrultusunu hesaplarız.



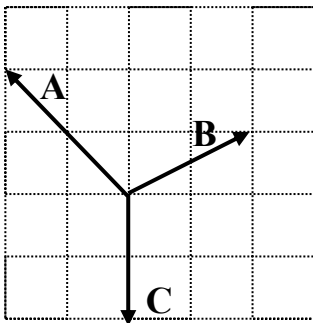
$$R^2 = R_x^2 + R_y^2$$

$$R = (R_x^2 + R_y^2)^{1/2}$$

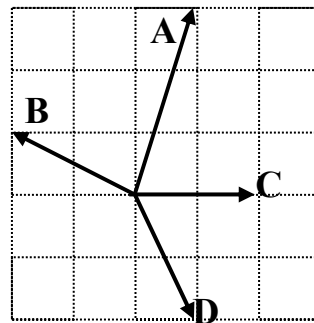
$$\tan\Phi = R_y / R_x$$

İşte bu işlemler yapılarak bileşke vektörün büyüklüğü, doğrultusu ve yönü bulunur.

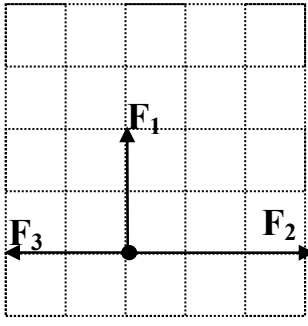
Örnek: Aşağıdaki istenen sonuç vektörlerini bulunuz?



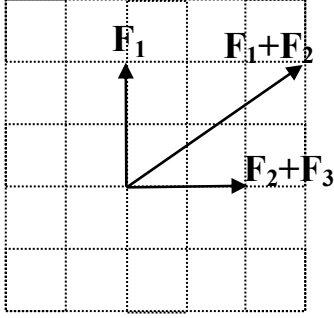
$$A - 2B + C = ?$$



$$A + B + C + D = ?$$



Şekildeki noktasal cismin dengede kalabilmesi için uygulanması gereken 4. kuvvetin yönünü, doğrultusunu ve büyüklüğünü bulunuz.



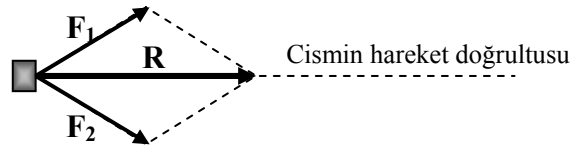
F_3 vektörünü bulunuz.

UNUTMAYALIM

- Eğer bir cismin üzerine etkiyen kuvvetlerin toplamı sıfır ise bu cisim ya duruyordur ya da sabit bir hızla hareket ediyordur.

$$\Sigma \mathbf{F} = 0 \text{ ise } \begin{cases} V=0 \text{ duruyor} \\ \text{yada} \\ V=\text{sabit hızla} \end{cases}$$

- Bir cisim daima üzerine etki eden kuvvetlerin bileşkesi doğrultusu ve yönünde hareket eder.



- Eğer bir cismin üzerine etkiyen kuvvetlerin toplamı sıfır ise (bu cisim ya duruyordur, ya da sabit hızla hareket ediyordur), cismin üzerine etkiyen bu kuvvetlerin bileşenleri toplamıda sıfırdır.

$$\Sigma \mathbf{F} = 0 \text{ ise } \begin{cases} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \end{cases} \text{ ve } \begin{cases} V = 0 \text{ duruyor} \\ \text{yada} \\ V = \text{sabit hızla} \end{cases}$$

- Vektörlerde toplama işleminde yerdeğiştirme özelliği vardır. Yani:

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{B} + \mathbf{A} \text{ dır.}$$

- Eğer bir cisim üç kuvvetin etkisi altında ve dengede (cisim duruyor veya sabit hızla hareket ediyor) ise kuvvetlerden herhangi ikisinin bileşkesinin büyüklüğü üçüncü kuvvete eşit fakat ters yönlüdür.

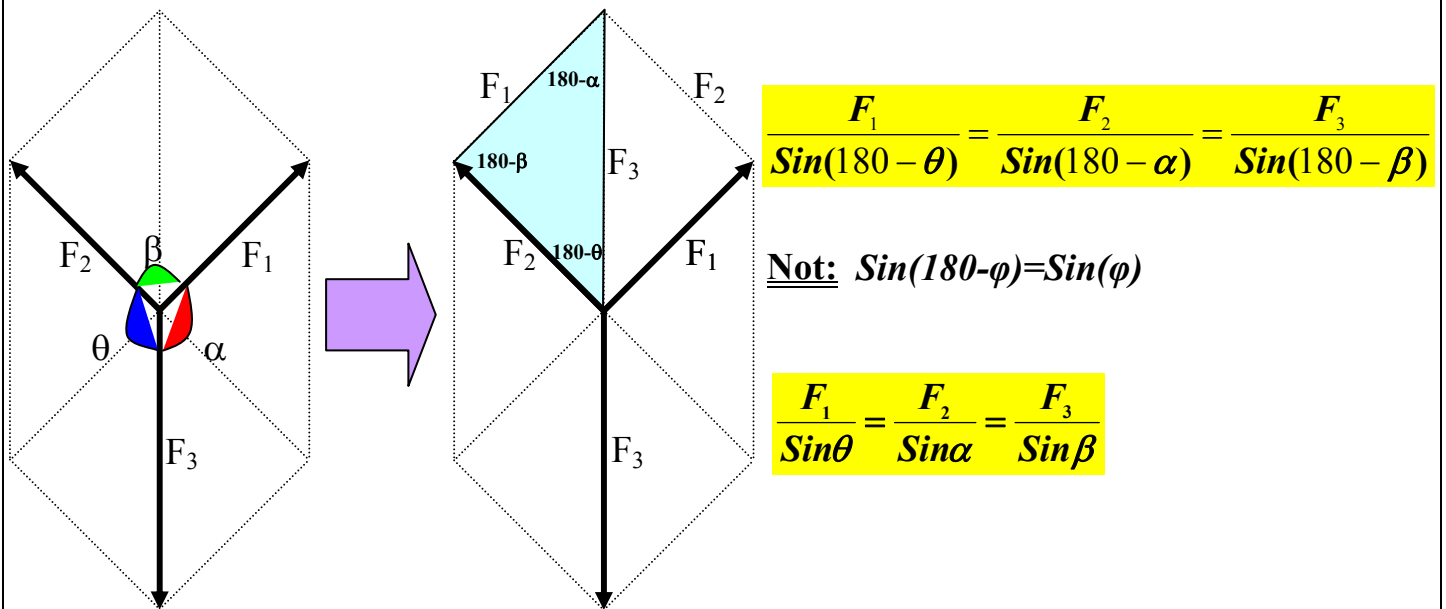
$$\text{Dengede ise } \Sigma \mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 = 0 \quad \begin{cases} \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = -\mathbf{F}_3 \\ \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 = -\mathbf{F}_1 \\ \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_3 = -\mathbf{F}_2 \end{cases}$$

Ayrıca buradaki (üç kuvvetin etkisi altında olan cisim için) denge ile ilgili işlemler için SİNÜS teoremini kullanmak çok büyük kolaylık sağlar, buda.

$$\frac{F_1}{\sin \theta} = \frac{F_2}{\sin \alpha} = \frac{F_3}{\sin \beta} \quad \text{dir.}$$

Tabiki bileşenlerine ayırma yöntemini uygulayarak her bir bileşkeyi sıfırda eşitleyebilirsiniz.

- Sinüs teoremi sadece üç kuvvetin etkisinde ve dengede olan cisimler için geçerlidir. Aşağıdaki şekilde, Sinüs teoreminin bir uygulaması ve ispatı görülmektedir.



• **Dengenin Birinci Şartı:**

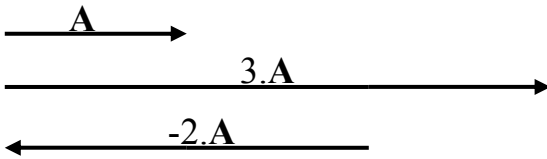
Eğer bir cismin üzerine etkiyen kuvvetlerin toplamı (bileşke kuvvet ya da net kuvvet de denebilir) sıfır ise bu cisim ya duruyordur ya da sabit hızla bir doğru boyunca hareket ediyordur denir.

VEKTÖRLERDE ÇARPMA:

Evet, yanlış okumadınız, vektörlerde çarpma diye bir işlem vardır ve hatta ileride vektörlerde bölme işleminide göreceğiz 😊.

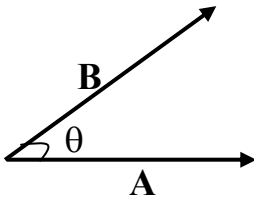
1. Bir vektörün skaler bir nicelikle çarpılması:

Bir vektör skaler bir büyüklükle ya da skaler bir nicelikle çarpıldığı zaman yine bir vektör elde ederiz. Elde ettiğimiz bu vektör çarpılan vektörle aynı doğrultuludur, yönü ise çarpanın işaretine bağlıdır. Eğer çarpan pozitif bir büyüklük ise elde edilen vektör çarpılan vektör ile aynı yönlüdür, eğer çarpan negatif bir büyüklük ise elde edilen vektör çarpılan vektör ile ters yönlüdür. Örnek verecek olursak:



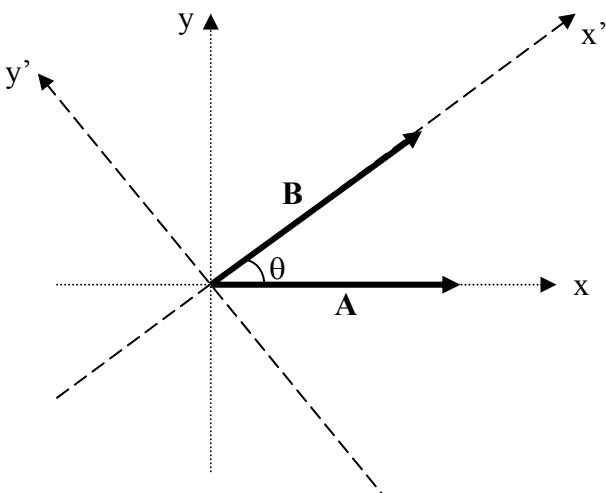
2. İki vektörün skaler çarpımı:

İki vektörün skaler çarpımı sonucu skaler bir nicelik elde edilir. İki vektörün skaler çarpım yaptığını “.” işaretinden anlarız ve buna skaler çarpım operatörü denir. Şekildeki gibi iki vektörümüz olsun.



$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A.B.\cos\theta$$

θ: A ile B vektörleri arasındaki açı

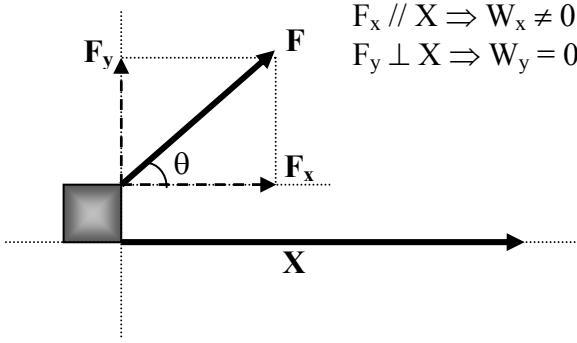


Kısaca: iki vektörün skaler çarpımında esas olan vektörlerden herhangi birisinin büyüklüğü ile diğer vektörün bu vektöre göre olan paralel bileşeninin büyüklükleri çarpımına eşittir ve sonuç tekrar hatırlatıyorum skaler bir büyüklük veya niceliktir. Ayrıca, skaler çarpma işleminde yer değiştirme özelliği vardır. Yani:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$$

dır.

Örnek verecek olursak, fizikte kullandığımız İŞ (W) formülünü hatırlayalım.



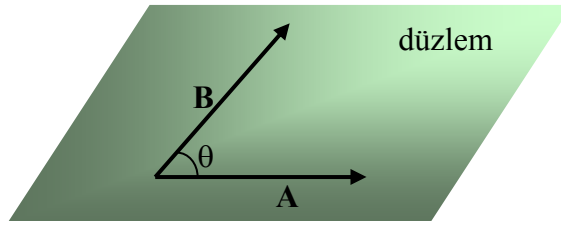
$$\vec{W} = \vec{F} \cdot \vec{X} = F \cdot X \cdot \cos \theta$$

F: Vektör
X: Vektör
W: Skaler

3. İki vektörün vektörel çarpımı:

İki vektörün vektörel çarpımı sonucu, eğer sonuç sıfırdan farklı ise, bir vektör elde edilir ve elde edilen bu vektör diğer iki vektörde aynı anda diktir.

Şekildeki gibi iki vektörümüz olsun:



Şekildeki bu iki vektörün vektörel çarpımı sonucu “C” gibi bir vektör elde edilir ve elde edilen bu vektörün büyüklüğü:

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$$
$$C = A \cdot B \cdot \sin \theta$$

θ : A ile B vektörleri arasındaki açı

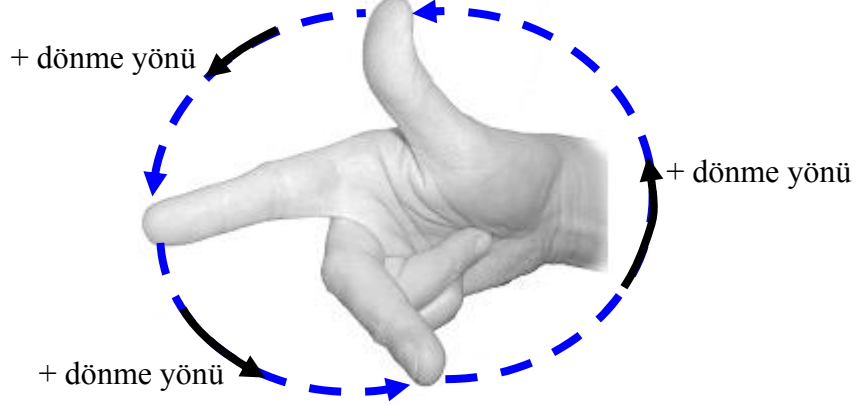
ile bulunur, peki ya bu elde edilen vektörün yönü nasıl bulunur. İşte yönü bulmak için “Sağ el kuralı” diye adlandırılan bir yöntem uyguluyoruz. Şunuda belirtmeliyimki vektörel çarpma işleminde skaler çarpma işleminde olduğu gibi yer değiştirme özelliği yoktur. Vektörlerin yerleri değiştirilerek yapılan vektörel çarpma işleminde yeni bir vektör elde edilir yani:

$$\vec{A} \times \vec{B} \neq \vec{B} \times \vec{A}$$
$$\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$$

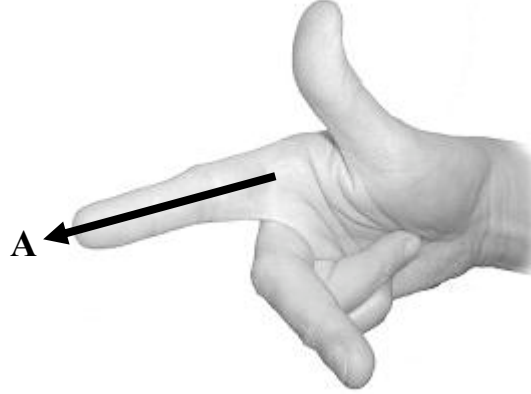
Sağ el kuralı: Aşağıda belirtilen vektörel çarpıma göre bu yöntemin nasıl uygulandığını görelim. **A** ve **B** birbirine paralel olmayan ve büyüklükleri sıfırdan farklı iki vektör olsun.

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$$

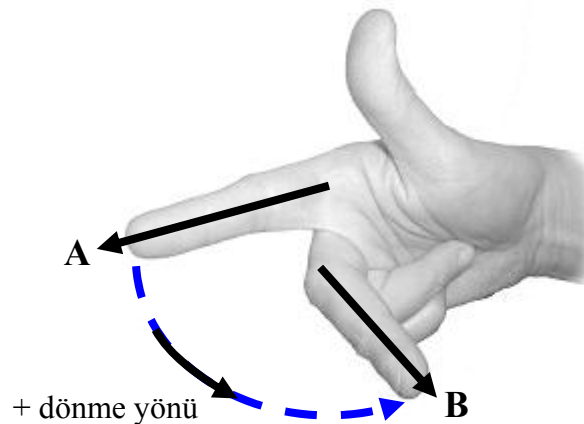
1. Önce sağ elin ilk üç parmağı (baş, işaret ve orta parmaklar) birbirine dik konuma getirilir.



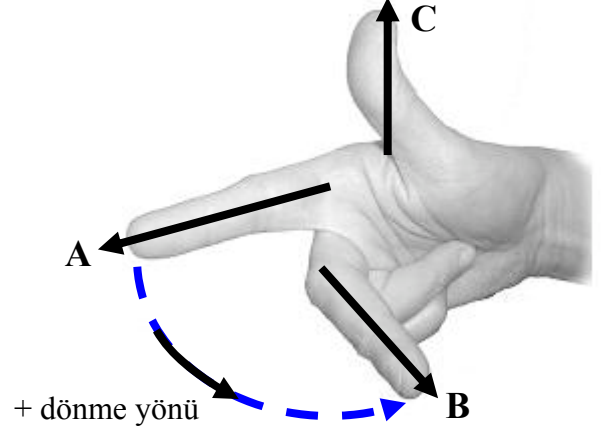
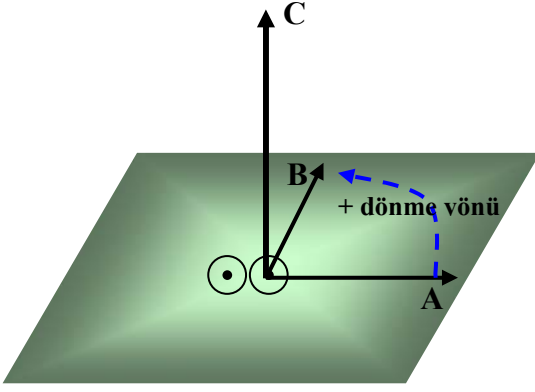
2. Seçilecek parmaklardan herhangi birisi (mesela işaret parmağı) **A** vektörünün yönünü gösterebilir,



3. bu parmaktan sonra saatin tersi yönünde (pozitif hareket yönü) hareket ederken rastladığımız diğer parmak (orta parmak) **B** vektörünün yönünü gösterecek şekilde elimizi ayarlarsak

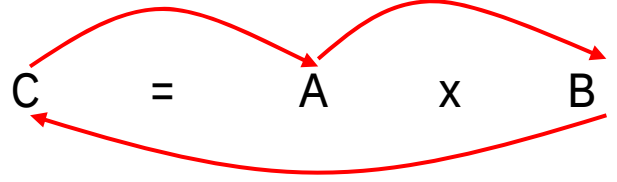


4. Açıkta kalan üçüncü parmak (başparmak) elde edilen **C** sonuç vektörünün yönünü otomatikman gösterecektir.



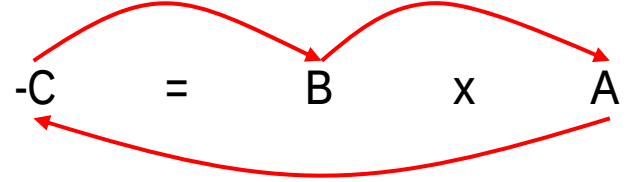
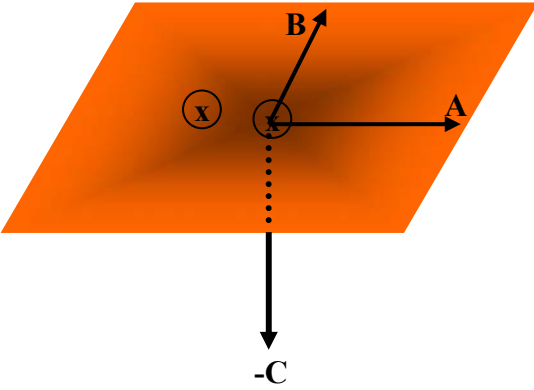
- ⊗ : Sayfa düzleminden aşağı doğru
⊙ : Sayfa düzleminden yukarı doğru

Formüle göre parmakların tanımlanma sırası



Şimdi benzer soruyu şöyle soralım.

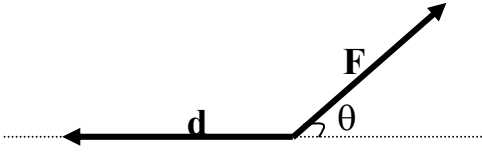
$$-\vec{C} = \vec{B} \times \vec{A} \quad \text{Vektörünün yönü nasıl gösterilir?}$$



Görüldüğü gibi, $\{\mathbf{A} \times \mathbf{B} = -\mathbf{B} \times \mathbf{A}\}$ dır, yani: vektörel çarpma işleminde yerdeğiştirme özelliği yoktur.

Not: Dikkat edilecek olursa, iki vektörün vektörel çarpımından elde edilen büyüklük bize o iki vektör tarafından oluşturulan bir paralelkenarın alanını tanımlamaktadır. ☺

Peki, bu vektörel çarpım işlemini Fizikte nerede kullanırız? Vektörel çarpım işleminin birçok yerde uygulaması vardır bunlardan bazıları: Moment, magnetik kuvvet,gibi hesaplamalarda sıklıkla kullanılır. Moment ile ilgili bir örnek verecek olursak:



$$\vec{M} = \vec{F} \times \vec{d}$$
$$M = F \cdot d \cdot \sin \theta$$

θ : $\mathbf{F}$ ile $\mathbf{d}$ vektörleri arasındaki açıdır. Peki, moment vektörünün yönü nedir? Hadi burada siz bulun. ☺

• BİRİM VEKTÖR NOTASYONU

Aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi, bir A vektörümüz ve bu A vektörünün başlangıç noktasında, üç boyutlu bir dik (kartezyen) koordinat sistemi yerleştirilmiş olsun. Şekilde görülen i, j, k vektörleri sırasıyla x, y, z koordinat sisteminde tanımlanmış birim vektörlerimiz olmuş olsun.

Birim Vektör: Büyüklüğü 1 birim olarak kabul edilen vektöre denir, (i, j, k) . Burada,

i : x eksenindeki birim vektör,

j : y eksenindeki birim vektör,

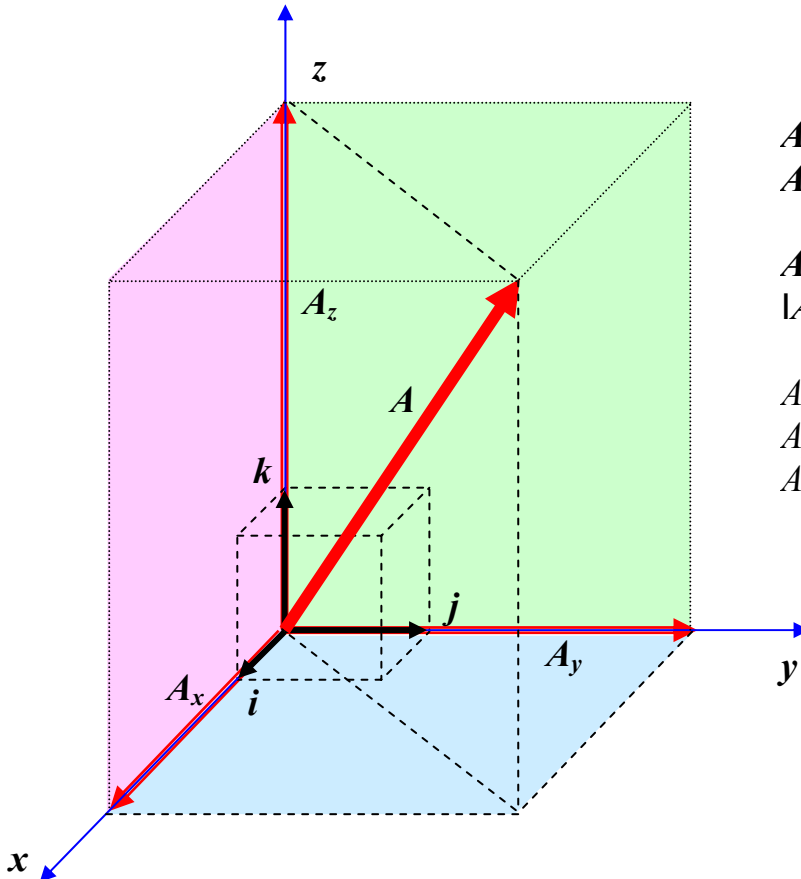
k : z eksenindeki birim vektör dür.

Bazen i, j, k birim vektörleri e_1, e_2, e_3 veya $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ gibi başka simgelerle ifade edilebilir.

Dolayısıyla, herhangi bir vektörü kendisini meydana getirebilecek dik bileşenler cinsinden ifade edebileceğimiz gibi aynı vektörü birim vektörler cinsinden de ifade edebiliriz. Mesela, şekilde görülen A vektörünü:

$A = A_x + A_y + A_z$ şeklinde ifade edebildiğimiz gibi,

$A = A_x i + A_y j + A_z k$ şeklinde ifade edilebilir.



A vektörü

$$A = A_x i + A_y j + A_z k$$

A vektörünün büyüklüğü

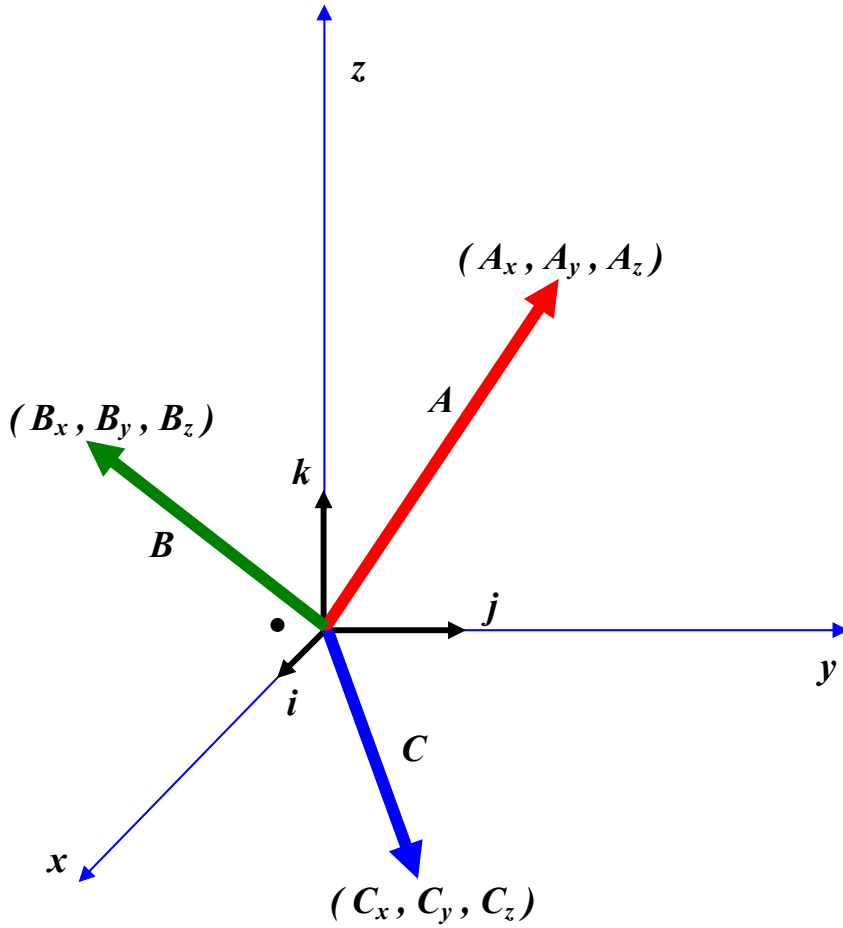
$$|A| = A = (A_x^2 + A_y^2 + A_z^2)^{1/2}$$

A_x : A vektörünün x dik bileşeni

A_y : A vektörünün y dik bileşeni

A_z : A vektörünün z dik bileşeni

Birim vektör notasyonu ile vektörlerde Toplama ve Çıkarma işlemi:



A vektörü

$$A = A_x \mathbf{i} + A_y \mathbf{j} + A_z \mathbf{k}$$

B vektörü

$$B = B_x \mathbf{i} + B_y \mathbf{j} + B_z \mathbf{k}$$

C vektörü

$$C = C_x \mathbf{i} + C_y \mathbf{j} + C_z \mathbf{k}$$

Olduğunu kabul edersek,

$$A + B = B + A = (A_x + B_x)\mathbf{i} + (A_y + B_y)\mathbf{j} + (A_z + B_z)\mathbf{k}$$

$$A - B = -B + A = (A_x - B_x)\mathbf{i} + (A_y - B_y)\mathbf{j} + (A_z - B_z)\mathbf{k}$$

$$A + B + C = (A_x + B_x + C_x)\mathbf{i} + (A_y + B_y + C_y)\mathbf{j} + (A_z + B_z + C_z)\mathbf{k}$$

şeklinde işlem yapılır.

Genel olarak:

$$\pm A \pm B \pm C = \underbrace{(\pm A_x \pm B_x \pm C_x)}_{R_x} \mathbf{i} + \underbrace{(\pm A_y \pm B_y \pm C_y)}_{R_y} \mathbf{j} + \underbrace{(\pm A_z \pm B_z \pm C_z)}_{R_z} \mathbf{k} \quad \text{dır.}$$

R_x , R_y ve R_z dik bileşenleri bulunduktan sonra bileşke R :

$R = (R_x^2 + R_y^2 + R_z^2)^{1/2}$ işlemiyle bulunur. Yada;

R vektörünün dik bileşenleri

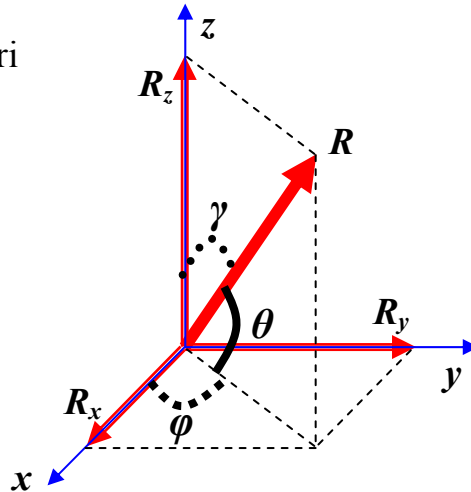
R , θ , φ ve γ bilinenleriyle

$$R_x = R \cdot \cos\theta \cdot \cos\varphi$$

$$R_y = R \cdot \cos\theta \cdot \sin\varphi$$

$$R_z = R \cdot \cos\gamma$$

ile bulunur.



R vektörünün doğrultusu

R , θ , φ ve γ bilinenleriyle

$$\tan\varphi = R_y / R_x$$

$$\cos\theta = \{(R_x^2 + R_y^2)^{1/2}\} / R$$

$$\cos\gamma = R_z / R$$

ile bulunur.

Birim vektör notasyonu ile vektörlerde Çarpma ve Bölme işlemi:

Skaler Çarpma ($\bullet$) : İki vektörün skaler çarpım yaptığını belirten simge iki vektörün arasına koyulan basit bir nokta işaretidir ($\bullet$). Birim vektör notasyonu ile birlikte skaler çarpma yaparken aşağıdaki tablonun sonuçlarına dikkat etmeliyiz.

$$i \cdot i = 1 \quad j \cdot i = 0 \quad k \cdot i = 0$$

$$i \cdot j = 0 \quad j \cdot j = 1 \quad k \cdot j = 0$$

$$i \cdot k = 0 \quad j \cdot k = 0 \quad k \cdot k = 1$$

$\bullet$	i	j	k
i	1	0	0
j	0	1	0
k	0	0	1

- $i \perp j \perp k$ ve $i \parallel i, j \parallel j, k \parallel k$
- Dik vektörlerin skaler çarpımlarının sonucu sıfırdır.
- Paralel ya da birbirlerine paralel bileşenleri olan vektörlerin skaler çarpımları sonucu sıfırdan farklıdır.
- İki vektörün skaler çarpımı sonucu skaler bir büyüklük elde edilir.
- İki vektör birbirlerine dikse skaler çarpımlarının sonucu sıfırdır.
- İki vektör birbirlerine paralel ise sonuç sıfırdan farklıdır.

Örnek: $A = A_x i + A_y j + A_z k$ ve $B = B_x i + B_y j + B_z k$ gibi iki vektörümüz olsun ve bunların skaler çarpımlarını yapalım, umarım parantez açmayı hala hatırlıyorsunuzdur, eğer hatırlıyorsanız eğer üşenmeden şu aşağıdaki parantezi açın bakalım ☺:

$$A \bullet B = (A_x i + A_y j + A_z k) \bullet (B_x i + B_y j + B_z k)$$

$$\begin{aligned} A \bullet B &= (A_x B_x i \bullet i + A_x B_y i \bullet j + A_x B_z i \bullet k) \\ &\quad + (A_y B_x j \bullet i + A_y B_y j \bullet j + A_y B_z j \bullet k) \\ &\quad + (A_z B_x k \bullet i + A_z B_y k \bullet j + A_z B_z k \bullet k) \end{aligned}$$

$$A \bullet B = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

sonucu elde edilir ve görüldüğü gibi sonuç sadece bir büyüklüktür, yani vektör değildir.

Vektörel Çarpma ($\times$): İki vektörün vektörel çarpım yaptığını belirten simge iki vektörün arasına koyulan bir çarpı işaretidir ($\times$). Birim vektör notasyonu ile birlikte vektörel çarpma yaparken aşağıdaki tablonun sonuçlarına dikkat etmeliyiz.

$$\begin{array}{lll} i \times i = 0 & j \times i = -k & k \times i = j \\ i \times j = k & j \times j = 0 & k \times j = -i \\ i \times k = -j & j \times k = i & k \times k = 0 \end{array}$$

- $i \perp j \perp k$ ve $i \parallel i, j \parallel j, k \parallel k$
- Paralel vektörlerin vektörel çarpımlarının sonucu sıfırdır.
- Dik ya da birbirlerine dik bileşenleri olan vektörlerin vektörel çarpımları sonucu sıfırdan farklıdır ve bu çarpım sonucu yeni bir vektör elde edilir. Elde edilen bu vektör de birbirleriyle çarpılan iki vektörde aynı anda diktir ☺.

$\times$	i	j	k
i	0	k	-j
j	-k	0	i
k	j	-i	0

- İki vektörün vektörel çarpımı sonucu “eğer sonuç sıfırdan farklı ise” vektörel bir nicelik (büyüklük) elde edilir.
- İki vektör birbirlerine paralelse vektörel çarpımlarının sonucu sıfırdır.
- İki vektör birbirlerine dik ise sonuç sıfırdan farklıdır ve sonuç bir vektör tanımlar.

Örnek: $A = A_x i + A_y j + A_z k$ ve $B = B_x i + B_y j + B_z k$ gibi iki vektörümüz olsun ve bunların vektörel çarpımlarını yapalım, umarım parantez açmayı hala hatırlıyorsunuzdur, eğer hatırlıyorsanız üşenmeden şu aşağıdaki parantezi açın bakalım ☺:

$$A \times B = (A_x i + A_y j + A_z k) \times (B_x i + B_y j + B_z k) = C$$

$$= (A_x B_x \underbrace{ixi}_{0} + A_x B_y \underbrace{ixj}_{k} + A_x B_z \underbrace{ixk}_{-j}) + (A_y B_x \underbrace{jxi}_{-k} + A_y B_y \underbrace{jxj}_{0} + A_y B_z \underbrace{jxk}_{i}) + (A_z B_x \underbrace{kxi}_{j} + A_z B_y \underbrace{kxj}_{-i} + A_z B_z \underbrace{kxk}_{0})$$

$$A \times B = (A_y B_z - A_z B_y)i + (A_z B_x - A_x B_z)j + (A_x B_y - A_y B_x)k = C$$

olarak bulunur. Bu parantez açma işlemi matris-determinant hesaplamasıyla da bulunabilir. Matris yöntemini ve determinant hesaplamasını da umarım hatırlıyorsunuz ☺.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A} \times \mathbf{B} &= \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} \\
 \mathbf{A} \times \mathbf{B} &= (A_y B_z - A_z B_y) \mathbf{i} - (A_x B_z - A_z B_x) \mathbf{j} + (A_x B_y - A_y B_x) \mathbf{k}
 \end{aligned}$$

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = (A_y B_z - A_z B_y) \mathbf{i} + (A_z B_x - A_x B_z) \mathbf{j} + (A_x B_y - A_y B_x) \mathbf{k} = \mathbf{C}$$

Olduğuna göre $\mathbf{C}$ vektörünün büyüklüğünü,

$$C = \{(A_y B_z - A_z B_y)^2 + (A_z B_x - A_x B_z)^2 + (A_x B_y - A_y B_x)^2\}^{1/2}$$

İfadesinden bulabiliriz.

Ayrıca $\mathbf{C}$ vektörünün büyüklüğü,

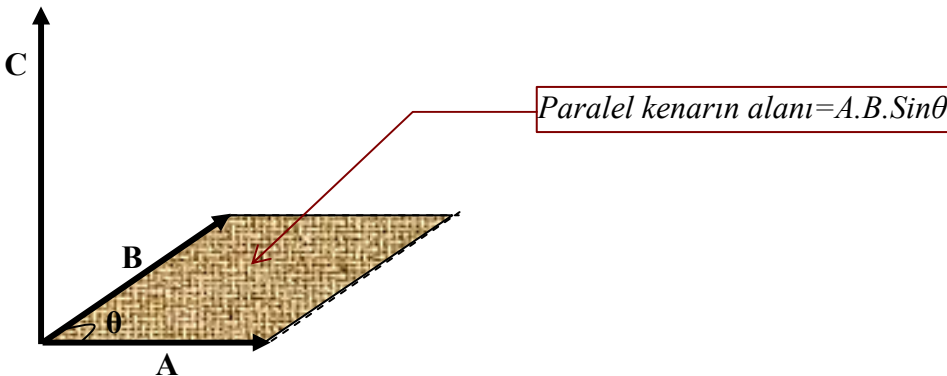
$$C = A.B.\sin\theta \text{ dır.}$$

Burada θ , $\mathbf{A}$ ile $\mathbf{B}$ vektörleri arasındaki açıdır. Dolayısıyla θ açısını bulmak istersek

$$\sin\theta = \frac{|\vec{C}|}{|\vec{A}| |\vec{B}|} = \frac{\sqrt{(A_y B_z - A_z B_y)^2 + (A_z B_x - A_x B_z)^2 + (A_x B_y - A_y B_x)^2}}{\sqrt{(A_x^2 + A_y^2 + A_z^2)} * \sqrt{(B_x^2 + B_y^2 + B_z^2)}}$$

ifadesinden yararlanırsınız.

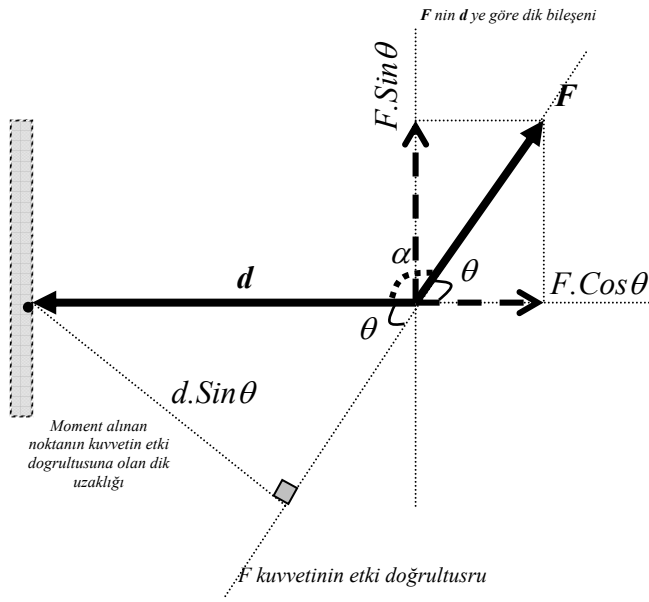
Not: Aynı düzlemlili $\mathbf{A}$ ve $\mathbf{B}$ gibi iki vektörün vektörel çarpımı sonucu $\mathbf{C}$ gibi bir vektör elde ediliyorsa elde edilen bu vektörün büyüklüğü: $C=A.B.\sin\theta$, ile verileceğini ve elde edilen bu sonuç vektörünün diğer iki çarpım vektörünede aynı anda dik olacağını daha önce söylemiştik. Şekildende dikkat edilecek olursa, sonuç vektörünün büyüklüğü aynı zamanda $\mathbf{A}$ ve $\mathbf{B}$ vektörleri tarafından oluşturulan paralel kenarın alanına eşittir ☺.



MOMENT: Kuvvetin cisimler üzerindeki etkileri birkaç türdür; bunlardan ilki sürüklenme (öteleme), titreştirme ve bir diğeri de döndürme etkisidir. İşte kuvvetin cisimler üzerinde meydana getirdiği bu döndürme etkisine moment denir ve moment vektörel bir niceliktir.

$$\vec{M} = \vec{F} \times \vec{d}$$
$$M = F \cdot d \cdot \sin \theta$$

ve yönü sağ el kuralı veya vektör notasyonu ile bulunur.



$$M = F \cdot d \cdot \sin \theta = F \cdot d \cdot \sin \alpha$$

$$M = \underbrace{F \cdot \sin \theta}_{\text{F nin d ye göre dik bileşeni}} \cdot d$$

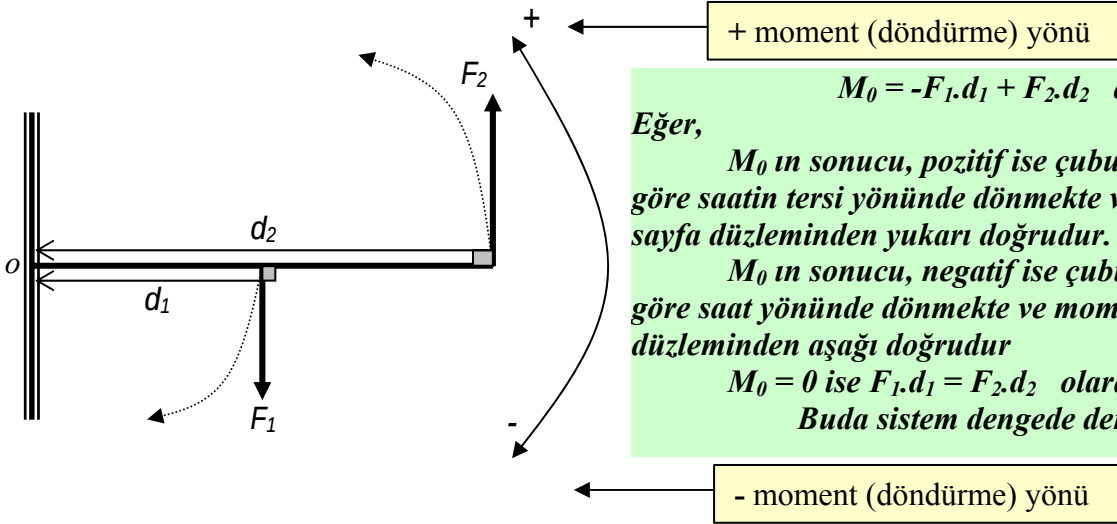
F nin d ye göre dik bileşeni

$$M = F \cdot \underbrace{d \cdot \sin \theta}_{\text{Moment alınan noktanın kuvvetin etki doğrultusuna olan dik uzaklığı}}$$

Moment alınan noktanın kuvvetin etki doğrultusuna olan dik uzaklığı

Görüldüğü gibi momentin büyüklüğünü hesaplamada bir zorluk yok ama yönünü bulurken sağ el kuralını uygulamada bazı zorlukların olduğu açıktır. Bununla ilgili şöyle bir kolaylık düşünülebilir: Eğer kuvvet vektörlerinin hepsi aynı düzlem üzerinde etkiyorlarsa, sonuç moment vektörü de bu düzleme dik olacağından, kuvvetlerin düzlem üzerinde meydana getirdikleri döndürme etkilerine bakarak momentinin yönüne ve işaretine karar verebiliriz. Mesela, eğer kuvvet vektörü cismi sayfa düzlemi üzerinde saatin tersi yönünde dönmeye zorluyorsa bu kuvvetin meydana getireceği moment vektörü sayfa düzleminden yukarı doğru olacağı için bu moment vektörünün işaretini ve yönünü +z olarak kabul edebiliriz. Eğer kuvvet vektörü cismi sayfa düzlemi üzerinde saat yönünde dönmeye zorluyorsa bu kuvvetin meydana getireceği moment vektörü sayfa düzleminden aşağı doğru olacağı için bu moment vektörünün işaretini ve yönünü -z olarak kabul edebiliriz.

Örnek: Şekildeki sistemin “o” noktasına göre toplam momentini inceleyecek olursak:



Unutmayalım:

Dönme noktası ya da momenti alınan nokta üzerine etkiyen kuvvetlerin momente yani dönmeye bir etkileri yoktur. Ayrıca etki doğrultusu moment alınan nokta üzerinden geçen kuvvetlerinde momentleri sıfırdır.

• DENGENİN İKİNCİ ŞARTI:

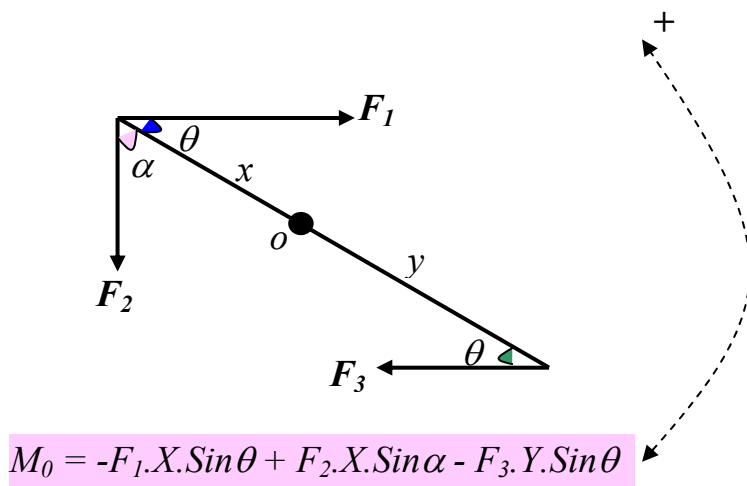
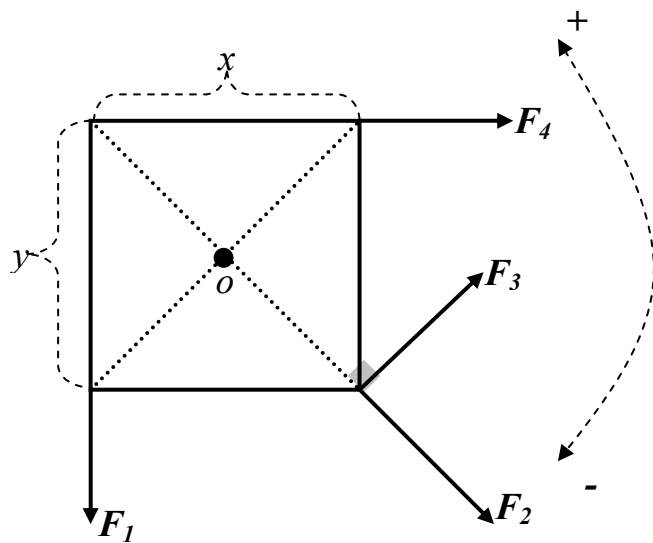
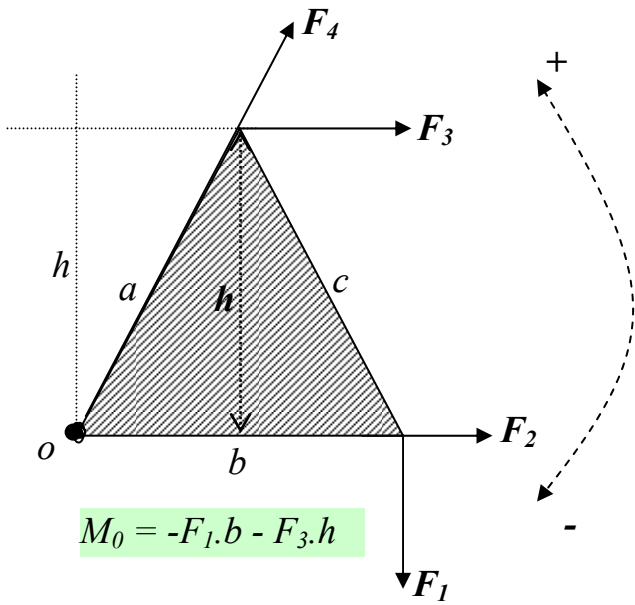
Eğer bir sistem dengede ise bu sistemin üzerine etkiyen kuvvetlerin **herhangi bir noktaya göre** momentleri toplamı (vektörel olarak) sıfırdır.

$$\sum \vec{M} = 0$$

Moment almak için seçilecek noktanın bilinmeyenlerin en fazla olduğu noktanın üzerinden alınması akıllıcadır.

- Bir sistemin dengede olabilmesi için, sistemde bulunan her bir cismin üzerine etkiyen tüm bu kuvvetlerin bileşkesi yani toplamı (dikkat, vektörel toplam) sıfır olmalıdır hemde aynı zamanda bu kuvvetlerin herhangi bir noktaya göre toplam momentleri sıfır olmalıdır. Yani her iki koşulda aynı anda sağlanmalıdır. Şayet, bu iki koşuldan birisi sağlanmaz ise sistem dengede sayılmaz.

Şimdide, aşağıdaki sistemlerin “o” noktalarına göre toplam momentlerini inceleyelim.



DENGE İLE İLGİLİ PROBLEMLERİ ELE ALIRKEN:

1. Önce sistemi oluşturan her bir cisim üzerine etkiyen ya da etkiyebilecek kuvvetleri cisim üzerinde gösterin.
2. Her bir cisim hangi düzlem üzerinde duruyorsa dik koordinatlar sisteminizi o düzlem üzerine yerleştirin.
3. Varsa kuvvet vektörlerinizi bu koordinat sistemine göre bileşenlerine ayırın.
4. Sistem dengede olduğu için dengenin her iki şartını da yerine getirmeye çalışın.

Dengenin 1. Şartı

$$\sum \vec{F} = 0$$

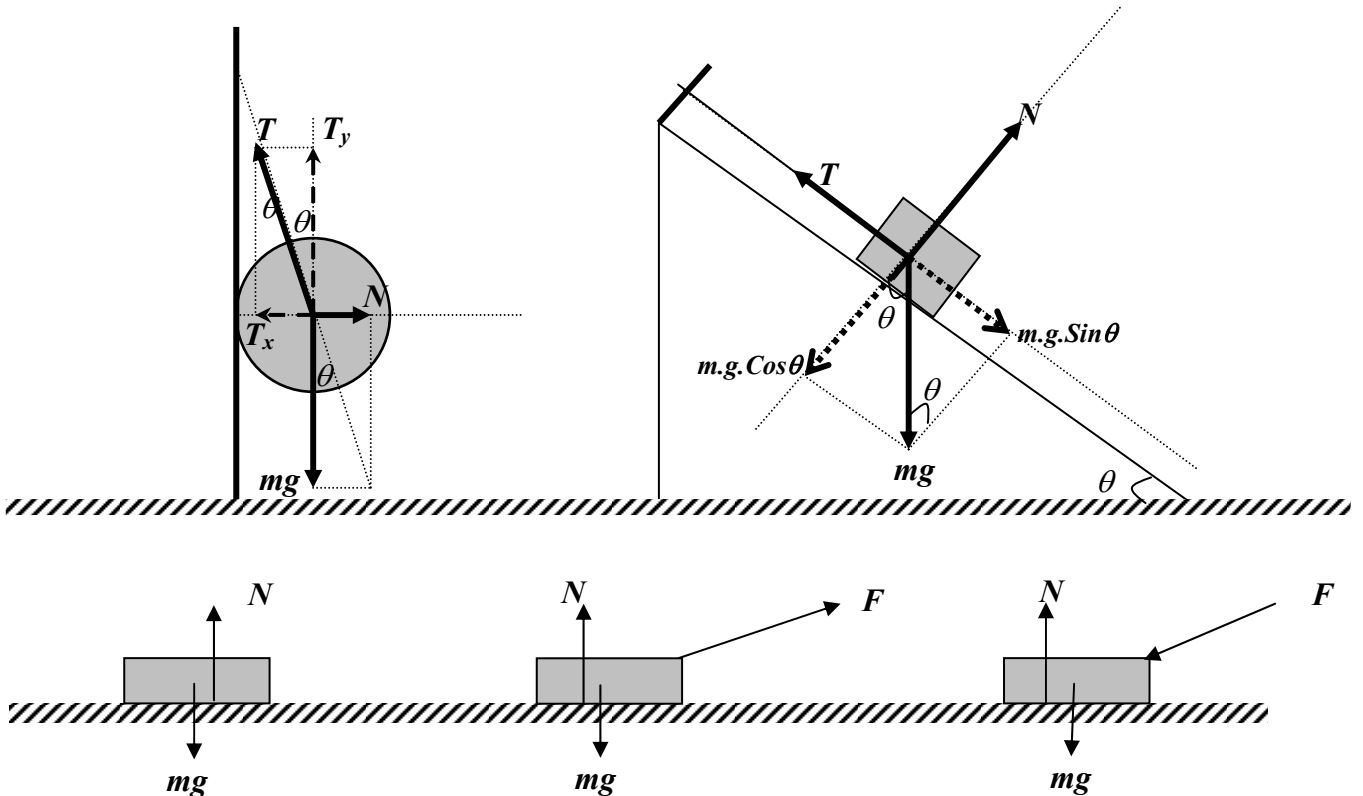
$$\sum \vec{F}_x = 0 \quad \text{ve} \quad \sum \vec{F}_y = 0$$

Dengenin 2. Şartı

$$\sum \vec{M} = 0$$

koşullarının her ikisinde aynı anda sağlanmalıdır.

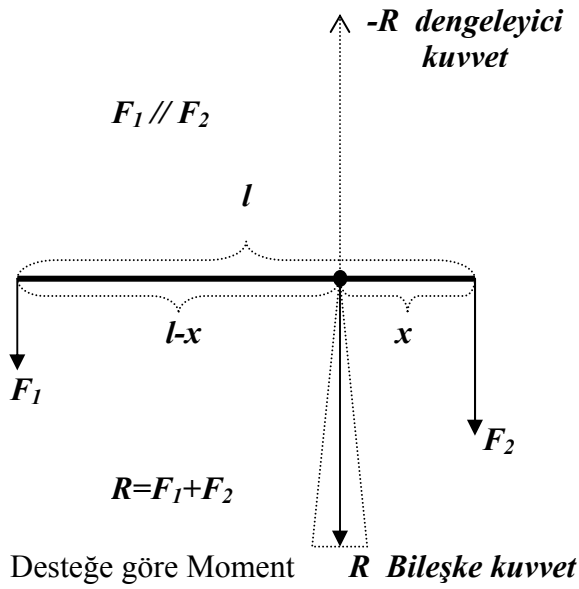
Tepki Kuvveti (N): Her etkiye karşı daima bir tepki vardır. Unutmayın, tepki kuvveti hiç bir zaman etkiden büyük olamaz ve daima cismin bulunduğu (yani değdiği) düzleme diktir. Ağırlık vektöründe daima yer düzlemine diktir. Eğer bir cisim herhangi bir düzleme ya da cisme temas etmiyorsa tepki kuvveti yoktur çünkü etki yoktur.



Paralel Kuvvetlerin Bileşkesi ve Uygulama Noktasının Bulunması:

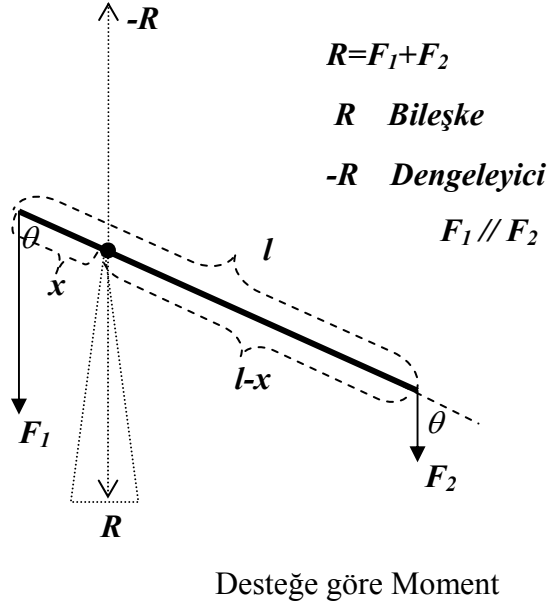
• Paralel kuvvetler aynı yönlü ise:

Şekildeki gibi ağırlıksız bir çubuğun üzerine paralel kuvvetler etkimiş olsun. İşte bu çubuğun üzerine etkiyen kuvvetlerin meydana getirdiği etkiyi tek başına yapabilen kuvvete bileşke kuvvet denir. Peki, bu bileşke kuvveti nereden uygulayacağız.



$$F_1 \cdot (l-x) \cdot \sin 90 = F_2 \cdot x \cdot \sin 90$$
$$F_1 \cdot (l-x) = F_2 \cdot x \text{ dir.}$$

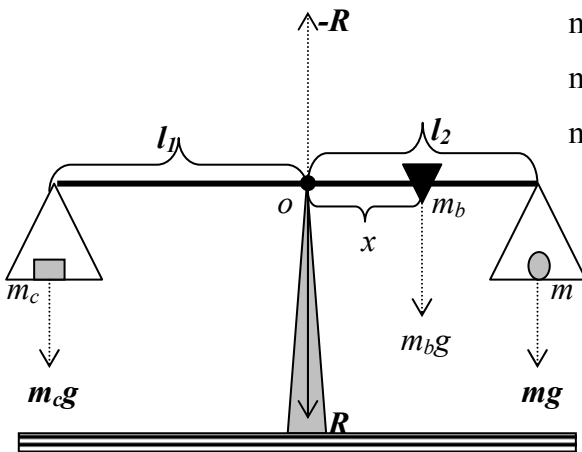
buradanda istenen bulunur.



$$F_1 \cdot x \cdot \sin \theta = F_2 \cdot (l-x) \cdot \sin \theta$$
$$F_1 \cdot x = F_2 \cdot (l-x)$$

sonucu elde edilir.

Örnek: Şekildeki terazinin denge durumunu inceleyelim.



m_b : binicinin kütlesi (kol üzerinde hareket edebilen ek kütle.

m_c : bilinmeyen kütle (cismin kütlesi)

m : bilinen kütle

Destek yani 'o' noktasına göre moment alırsak:

$$m_c g \cdot l_1 = mg \cdot l_2 + m_b g \cdot x$$

$$m_c \cdot l_1 = m \cdot l_2 + m_b \cdot x$$

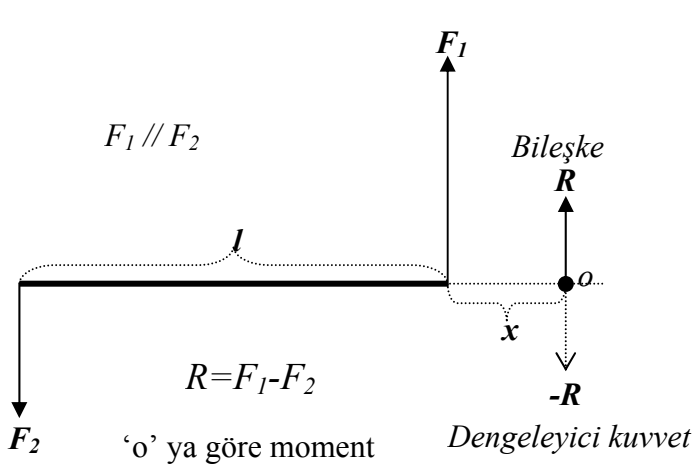
$$m_c = m \cdot (l_2 / l_1) + m_b \cdot (x / l_1)$$

Sonuç:

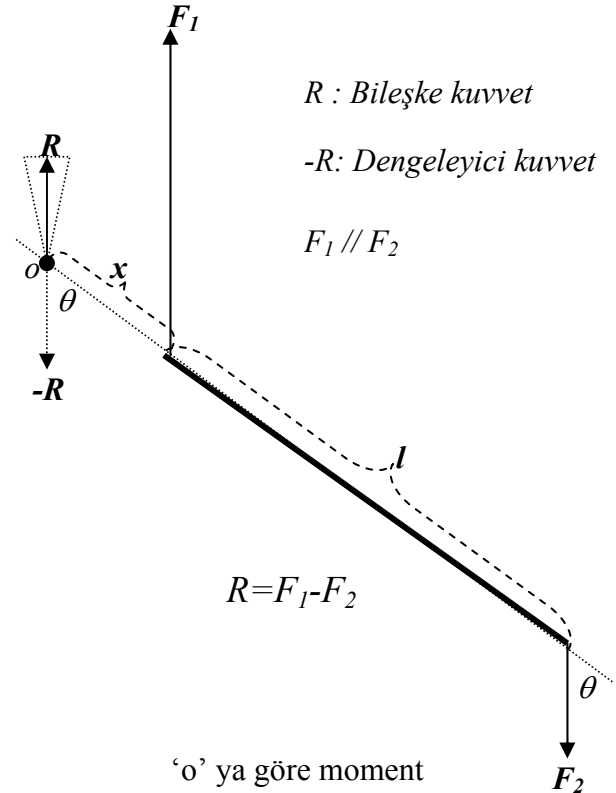
- Paralel kuvvetler aynı yönlü ise bileşke kuvvetin uygulama noktası kuvvetlerin arasında, büyük kuvvete daha yakın ve kuvvetlerle aynı yönlüdür.
- Eğer bileşke kuvvetin uygulama noktasından bileşkeye eşit ve ters yönlü bir kuvvet uygularsak çubuk (sistem) dengede olacaktır, işte bileşkeye eşit ve ters yönlü olan bu kuvvete dengeleyici kuvvet denir.
- Diğer bir ifadeyle işte bu paralel kuvvetlerin bileşkesinin uygulama noktası bir nevi çubuğun (sistemin) denge noktasıdır ileride cisimlerin kütle merkezlerini bulmaya çalışırken bu mantığı kullanacağız.

• Paralel kuvvetler ters yönlü ise:

Şekildeki paralel ve ters yönlü kuvvetlerin bileşkesi ve uygulama noktası nerededir?



$F_1 \cdot X = F_2 \cdot (l + X)$ dır
buradanda istenen bulunur.



$$F_1 \cdot X \cdot \sin \theta = F_2 \cdot (l + X) \cdot \sin \theta$$

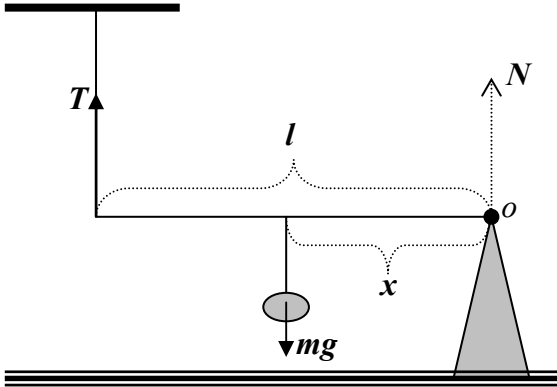
$$F_1 \cdot X = F_2 \cdot (l + X) \text{ dır}$$

buradanda istenen bulunur.

Sonuc:

- Paralel ve ters yönlü kuvvetlerin bileşkesinin uygulama noktası kuvvetlerin arasında değil, kuvvetlerin dışında ve büyük kuvvete yakın olan taraftadır.
- Bileşke kuvvet büyük kuvvetle aynı yönlüdür.
- Bileşke kuvvetin uygulama noktasından bileşkeye eşit ve ters yönlü bir kuvvet uygulanırsa sistem dengeye gelir.
- Dolayısıyla, bileşke kuvvetin uygulama noktası aynı zamanda sistemin denge noktasıdır.

Örnek: Şekildeki sistemin denge durumunu inceleyelim.



Desteğe yani 'o' noktasına göre moment alırsak

$$mg.x = T.l$$

bulunur, buradanda istenen bulunur.

KÜTLE & AĞIRLIK MERKEZİ

DENGE NOKTASI

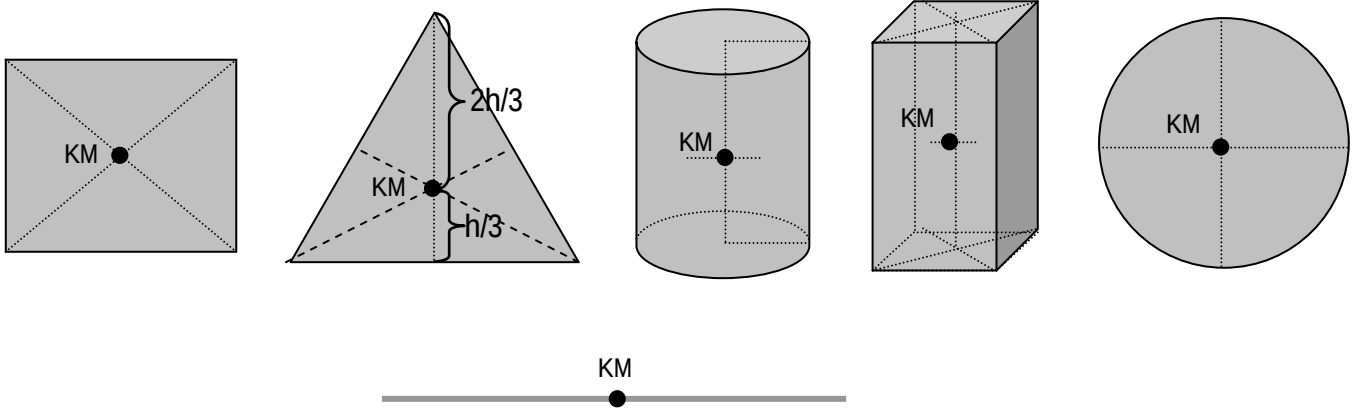
PARALEL KUVVETLERİN BİLEŞKESİNİN UYGULAMA NOKTASI:

Kütle merkezi ile ilgili problemler birer denge diğer bir ifadeyle paralel kuvvetlerin bileşkesinin uygulama noktasını bulma problemidir. Bir sistemin kütle merkezi bulunurken şu aşağıdaki kuralların takip edilmesi bizlere çok büyük kolaylıklar sağlar.

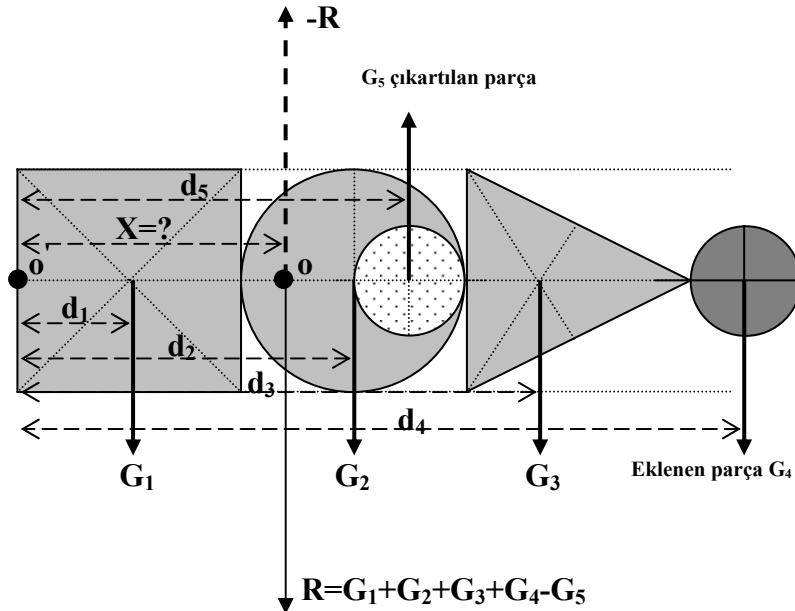
1. Önce sistemde bulunan her bir cismin ağırlığı kendi ağırlık (kütle) merkezinden gösterilir.
 - Eğer sistemi meydana getiren cisimler homojen ve türdeş ince levhalardan meydana gelmiş ise, levhaların alanları ağırlıkları yerine alınabilir.
 - Eğer sistemi meydana getiren cisimler homojen ve türdeş ince çubuk şeklinde ise, çubukların uzunlukları ağırlıkları yerine alınabilir.
 - Eğer sistemi meydana getiren cisimler homojen ve türdeş kalın cisimler şeklinde ise, cisimlerin hacimleri ağırlıkları yerine alınabilir.
 - Eğer sistemi meydana getiren cisimler türdeş değil ise mutlaka ve mutlaka cisimlerin ağırlıkları tanımlanmalıdır.
2. Eğer sistemden bir parça çıkarılıyorsa, çıkarılan parçanın ağırlığı kendi KM' den ters yönlü bir ağırlık vektörü olarak gösterilir.
3. Eğer sisteme bir parça ekleniyorsa, eklenen parçanın ağırlığı kendi KM den gösterilir.
4. Görüleceği gibi tüm bu ağırlık vektörleri paralel kuvvetlerdir. İşte bu paralel kuvvetlerin bileşkesinin uygulama noktası, sistemin yani bizim aradığımız KM dir.
5. Bir cisim hangi noktasından asılırsa asılsın, asıldığı noktanın yer düzlemine olan dik doğrultusu cismin KM den geçer.
6. Eğer bir cisim KM inin bulunduğu bir noktadan asılırsa yer düzlemine paralel olarak dengede kalır, yani asıldığı gibi kalır.

7. Eğer bir cisim KM inin bulunduğu bir noktadan destek üzerine oturtulursa yine yer düzlemine paralel olarak dengede kalır.
8. Bir cisim farklı noktalardan birkaç kez asılarak dengeye getirildiğinde, her bir asılım noktasından yer düzlemine doğru çizilen dik doğruların kesişim noktası bize cismin KM ini tanımlar.

Geometrik yapısı bilinen bazı cisimlerin KM inin gösterilmesi.



Örnek: Şimdi bir sistemin KM inin nasıl bulunduğunu bir örnek üzerinde görelim.



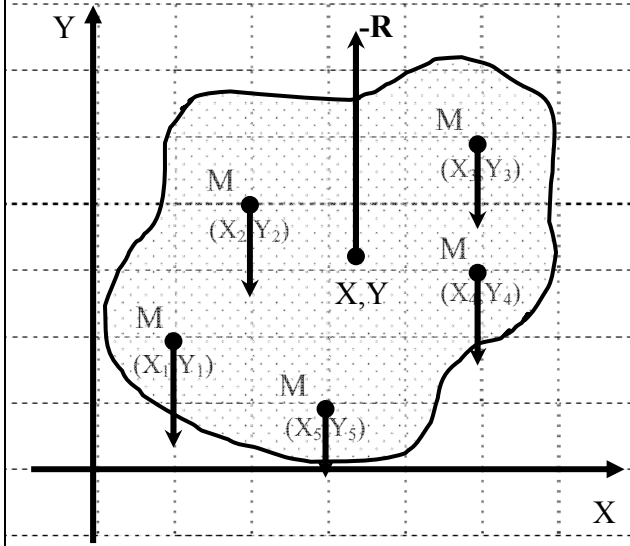
Şayet o' noktasına göre moment alırsak:

$$G_1 \cdot d_1 + G_2 \cdot d_2 + G_3 \cdot d_3 + G_4 \cdot d_4 = G_5 \cdot d_5 + R \cdot X$$

$$X = \frac{G_1 \cdot d_1 + G_2 \cdot d_2 + G_3 \cdot d_3 + G_4 \cdot d_4 - G_5 \cdot d_5}{G_1 + G_2 + G_3 + G_4 - G_5}$$

kütle merkezinin o' noktasına olan uzaklığı bulunur

Noktasal cisimlerin KM inin bulunması:



Önce seçilen bir koordinat sistemine göre her bir cismin koordinatlarını tanımlayalım. Daha sonra bu parçacıkların üzerine etkiyen kuvvetlerin bileşkesini bulalım, işte bu bileşkenin uygulama noktası bize sistemin kütle merkezini (denge merkezi) tanımlar. Bunun için hem ‘OX’ hemde ‘OY’ eksenine göre moment alarak dengenin şartını yerine getirmemiz icab edecektir.

OX eksenine göre moment alırsak:

$$M_1g.X_1 + M_2g.X_2 + M_3g.X_3 + \dots + M_ng.X_n - R.X = 0$$

$$R = M_1g + M_2g + M_3g + \dots + M_ng$$

Aynı işlemi OY eksenine göre tekrar ederek moment alırsak,

$$M_1g.Y_1 + M_2g.Y_2 + M_3g.Y_3 + \dots + M_ng.Y_n - R.Y = 0$$

$$R = M_1g + M_2g + M_3g + \dots + M_ng$$

Bu denklemlerin düzenlenmesiyle,

$$X_{KM} = \frac{M_1.X_1 + M_2.X_2 + M_3.X_3 + \dots + M_n.X_n}{M_1 + M_2 + M_3 + \dots + M_n}$$

$$X_{KM} = \frac{\sum M_n.X_n}{\sum M_n}$$

olarak bulunur,

aynı şekilde OY eksenine göre moment alırsak:

$$Y_{KM} = \frac{M_1.Y_1 + M_2.Y_2 + M_3.Y_3 + \dots + M_n.Y_n}{M_1 + M_2 + M_3 + \dots + M_n}$$

$$Y_{KM} = \frac{\sum M_n.Y_n}{\sum M_n}$$

olarak bulunur.

BASİT MAKİNALAR:

- Bize iş yapma kolaylığı sağlayan, fakat ideal şartlarda yapılan İŞ ten tasarruf sağlamayan araçlara basit makina denir.
- Bir basit makina, kuvvetten hangi oranda kazanç sağlıyorsa yoldanda aynı oranda kaybeder dolayısıyla yapılan iş sabit kalır. (korunumlu, “doğrultusu, yönü ve büyüklüğü değişmeyen”, bir kuvvetin yaptığı iş yoldan bağımsızdır.)

$$\text{İŞ} = \text{KUVVET} * \text{YOL}$$

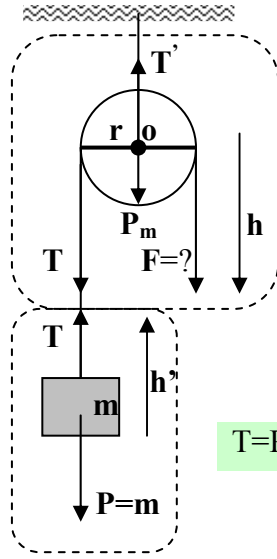
- Basit makina ile ilgili problemler dengenin şartları yerine getirilerek ya da yapılan iş daima sabittir (korunumlu, “yani doğrultusu, yönü ve büyüklüğü değişmeyen” bir kuvvetin etkisi altında yapılan iş yoldan bağımsızdır) ilkesinden yararlanarak çözülür ve analiz edilir.
- Makaralarda kuvvetten kazanç oranları hesaplanırken makara ağırlıkları yüke ve kuvvete dâhil edilmez.
- Bir basit makina kuvvetten hangi oranda kazanıyorsa, yoldanda aynı oranda kaybeder.

$$\text{KKO} = \text{YKO} = \frac{P_{\text{yük}}}{F_{\text{dengeleyici}}}$$

(makaralar ağırlıksız kabul edilecek)

1. Sabit makara:

Bize sadece iş yapma kolaylığı sağlayan, kuvvetten herhangi bir kazanç sağlamayan, sadece uygulama kuvvetinin yönünü değiştiren, yük ile birlikte hareket etmeyen makaralara denir.

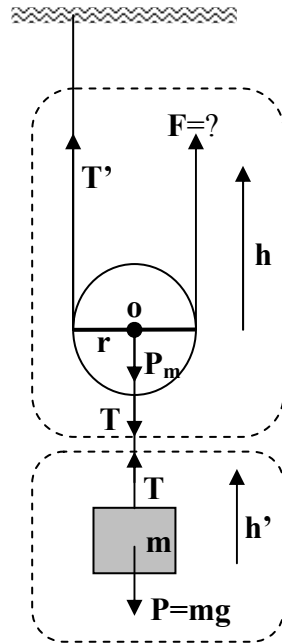


$$\begin{aligned} T' &= T + P_m + F \\ \text{o' ya göre moment} \\ T.r &= F.r \Rightarrow F = T = P \\ T' &= 2P + P_m \text{ olur.} \\ KKO &= P/P = 1 \\ h' &= h \end{aligned}$$

$$T=P=mg$$

2. Hareketli Makara:

Yük ile birlikte hareket eden makaralara denir. Hareketli makaralar bize kuvvetten kazanç sağlar iken yoldanda kayıba sebep olur, bu oran nedir?



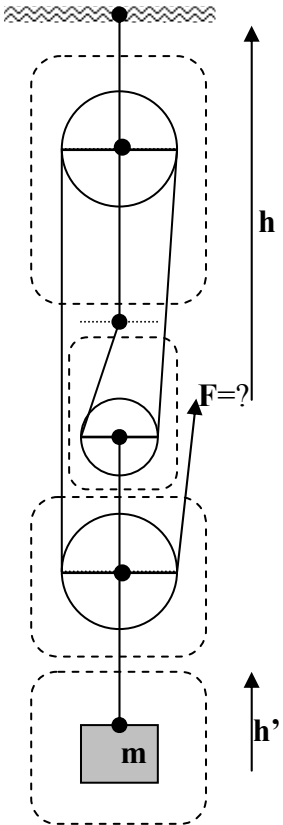
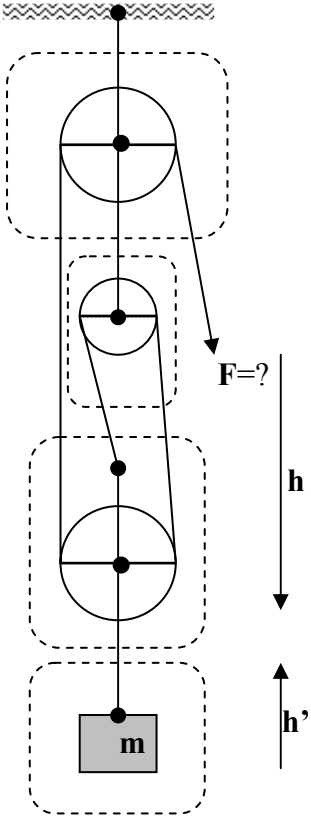
$$\begin{aligned} T' + F &= T + P_m \\ \text{o' ya göre moment} \\ T'.r &= F.r \Rightarrow F = T' \\ F + F &= P + P_m \\ F &= (P + P_m)/2 \text{ olur.} \\ KKO &= P/(P/2) = 2 \\ h' &= h/2 \end{aligned}$$

$$T = P = mg$$

3. Palangalar:

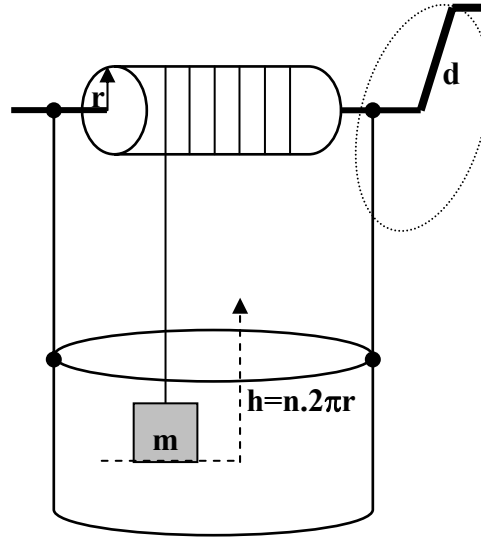
Sabit ve hareketli makaralardan oluşmuş sisteme denir.

Aşağıdaki palanga sistemlerini dikkatlice her olasılığı değerlendirerek inceleyin.

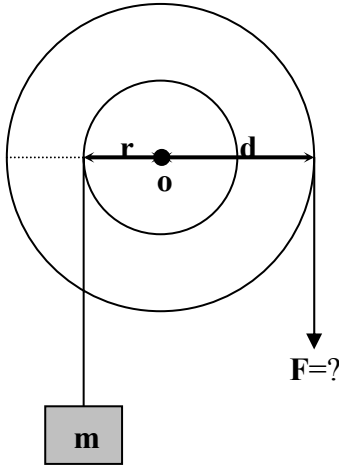


4. Çıkrık:

- h:** yükselme yada alçalma miktarı
n: silindirin yada kolun devir sayısı
r : silindirin yarıçapı
d: silindiri çeviren kolun uzunluğu



Çıkrık ile ilgili problemler uygulama kuvvetinin yaptığı iş yüke karşı yapılan işe eşittir ilkesinden ya da dengenin prensiplerinden yararlanılarak analiz edilir. Unutmayın: Çıkrık kolu bir tam devir yaptığında silindirde bir tam devir yapar.



Bir tam devir sonunda yapılan İŞ

$$W_F = W_{mg}$$

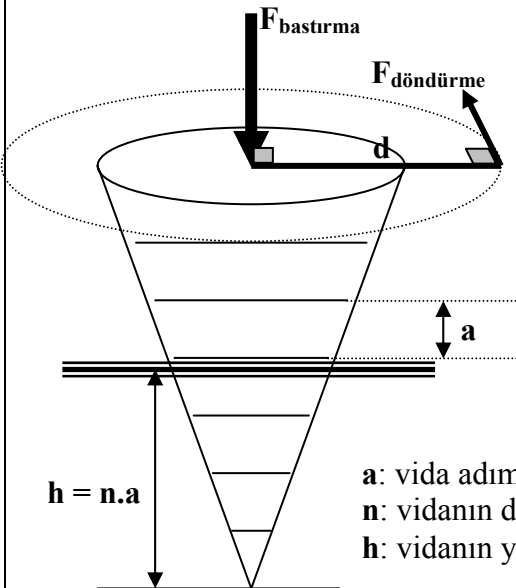
$$F \cdot 2\pi d = mg \cdot 2\pi r \Rightarrow F \cdot d = mg \cdot r$$

Yada dengenin şartını yerine getirmek için

o' ya göre moment alınır

$$F \cdot d = mg \cdot r$$

5. Vida ve Kriko:



Vida kolu bir tam devir yaptırıldığında vida düşey doğrultuda bir vida adımı “a” kadar yol alır, dolayısıyla bir tam devir sonunda $F_{döndürme}$ (uygulama) kuvvetinin yaptığı iş $F_{bastırma}$ (Yük) kuvvetine karşı yapılan işe eşittir.

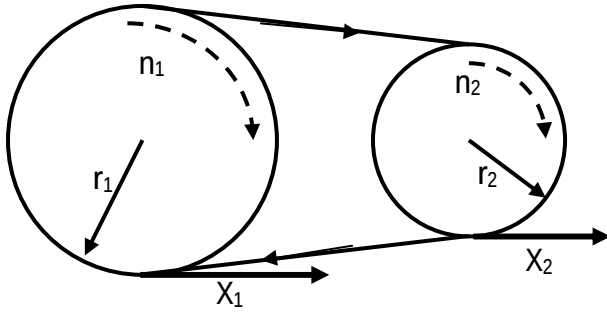
$$W_{döndürme} = W_{bastırma} \rightarrow F_{döndürme} \cdot 2\pi d = F_{bastırma} \cdot a$$

Bu eşitliktende istenen ne ise kolayca bulunur.

- a:** vida adım uzunluğu
n: vidanın devir sayısı
h: vidanın yükselme yada alçalma miktarı

6. Kasnak:

Kasnaklar hareket aktarımı ve devir sayısı değişimi sağlayan düzeneklerdir.



Şekildeki kasnağı bir traktöre benzetelim!!!

t sürede ön ve arka tekerlerin aldıkları yollar birbirine eşittir düşüncesinden yola çıkarsak;

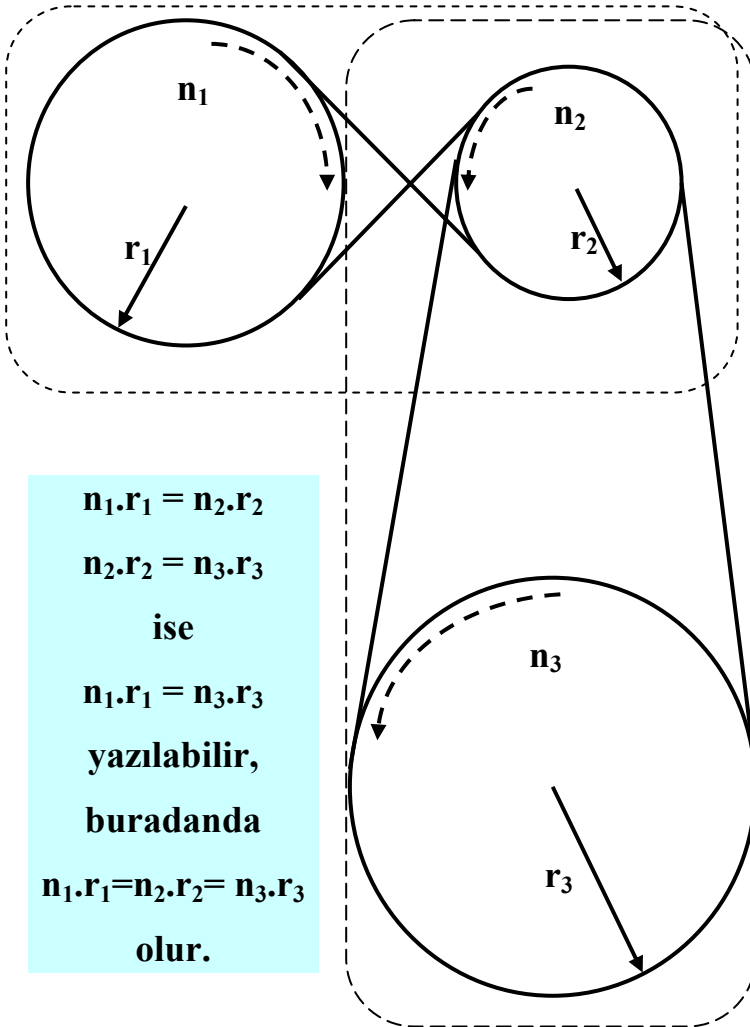
$$X_1 = X_2 \text{ ya da } V_1.t = V_2.t$$

$$n_1.2\pi r_1 = n_2.2\pi r_2$$

$$\boxed{n_1.r_1 = n_2.r_2}$$

Bağıntısını elde ederiz.

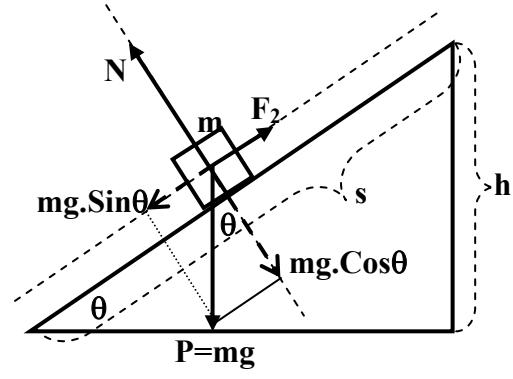
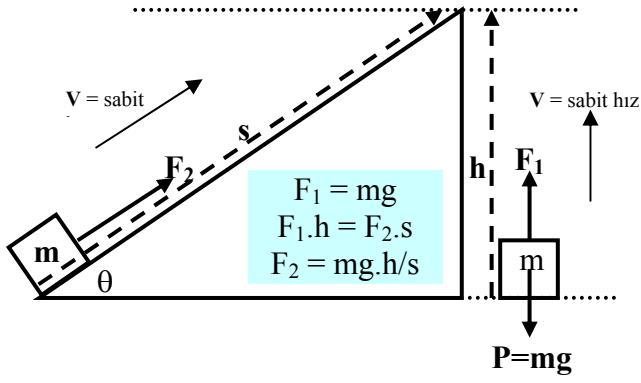
Örnek: Kasnaklarla hareket aktarımı incelemesi:



$$\begin{aligned} n_1.r_1 &= n_2.r_2 \\ n_2.r_2 &= n_3.r_3 \\ \text{ise} \\ n_1.r_1 &= n_3.r_3 \\ \text{yazılabilir,} \\ \text{buradanda} \\ n_1.r_1 &= n_2.r_2 = n_3.r_3 \\ \text{olur.} \end{aligned}$$

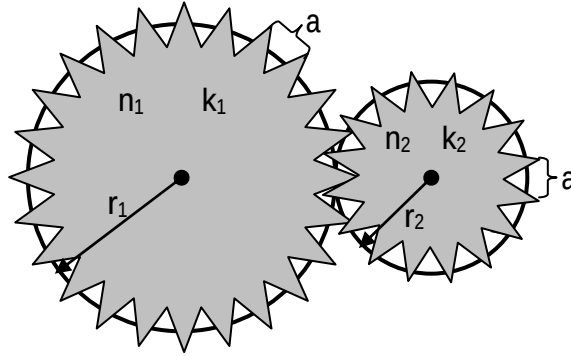
Dikkat : “n” devir sayısı ile “θ” dönme açısı doğru orantılıdır.

7. Eğik Düzlem:



**Yerçekimi kuvvetine karşı
yapılan iş yoldan bağımsızdır.**

8. Dişli Çark



Dişliler yardımıyla hareket aktarımı sağlayan makinalardır. Burada dikkat edilmesi gereken husus hareket aktarımındaki devir sayısı dişli yarıçapına (r) bağlı değildir fakat dişli sayısına (k) ters orantılı olarak bağlıdır.

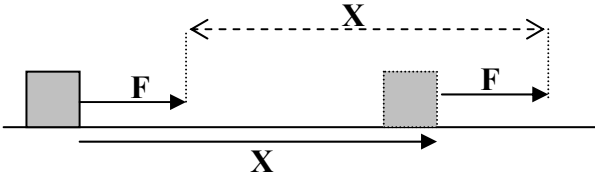
$$n_1.k_1 = n_2.k_2$$

Ancak dişli çarktaki dişler geometrik olarak özdeş ise diş sayıları çarkın çevresi ile doğru, diş adım uzunluğu (a) ile ters orantılı olacağından aktarımdaki devir sayısı kasnaklardada olduğu gibi dişli çarkların yarıçapları ile doğru orantılı olarak kabul edilir.

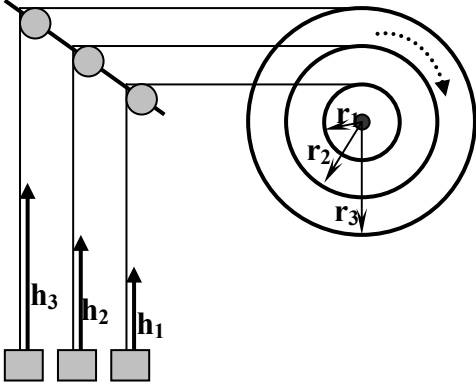
$$n_1.r_1 = n_2.r_2$$

9. Dönme ve Öteleme Hareketi:

Sadece Öteleme:



Sadece Dönme:



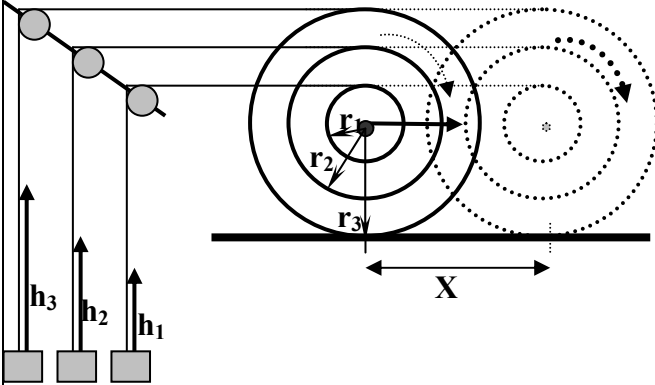
$$h_1 = n \cdot 2\pi r_1$$

$$h_2 = n \cdot 2\pi r_2$$

$$h_3 = n \cdot 2\pi r_3$$

n : devir sayısı

Dönme+Öteleme:



$$h_1 = n \cdot 2\pi r_1 + X = n \cdot 2\pi r_1 + n \cdot 2\pi r_3 = 2\pi n \cdot (r_1 + r_3)$$

$$h_2 = n \cdot 2\pi r_2 + X = n \cdot 2\pi r_2 + n \cdot 2\pi r_3 = 2\pi n \cdot (r_2 + r_3)$$

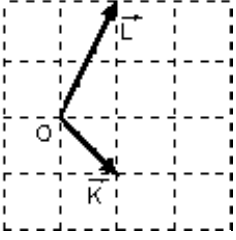
$$h_3 = n \cdot 2\pi r_3 + X = n \cdot 2\pi r_3 + n \cdot 2\pi r_3 = 4\pi n \cdot r_3$$

n : devir sayısı

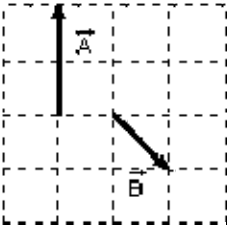
$$X = 2\pi n \cdot r_3$$

ALİŞTIRMA – 1 Vektörlerde Toplama

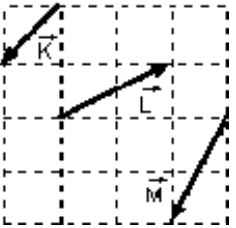
1. Şekildeki $\vec{K}$ ve $\vec{L}$ vektörlerinin bileşkesini paralel kenar ve uçuca ekleme metodlarını kullanarak çiziniz.



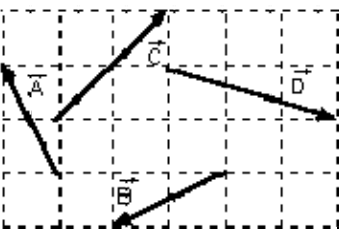
2. Şekildeki $\vec{A}$ ve $\vec{B}$ vektörlerinin toplamı olan $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$ vektörünü kare düzleme çiziniz.



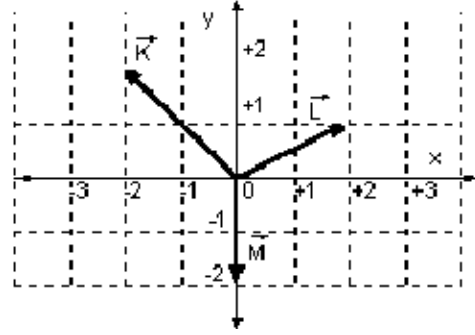
3. Şekildeki her bir karenin bir kenarı bir birimdir. Buna göre, $\vec{R} = \vec{K} + \vec{L} + \vec{M}$ vektörünün uzunluğu kaç birimdir?



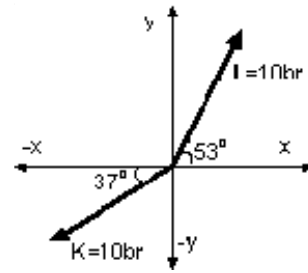
4. Şekildeki $\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}, \vec{D}$ vektörlerinin bileşkesini bulunuz.



5. Şekildeki $\vec{K}, \vec{L}, \vec{M}$ vektörlerinin bileşkesini bileşenlere ayırma metodu ile bulunuz.

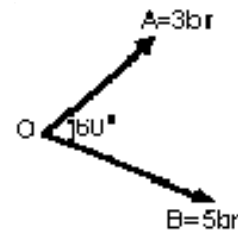


6. Şekildeki $\vec{K}$ ve $\vec{L}$ vektörlerinin bileşkesinin.

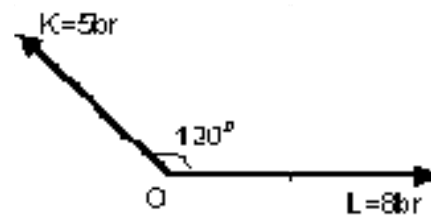


- a) Yatay bileşeni (x bileşeni) kaç birimdir?
- b) Düşey bileşeni (y bileşeni) kaç birimdir?
- c) Büyüklüğü kaç birimdir?

7. Şekildeki $\vec{A}$ ve $\vec{B}$ vektörlerinin bileşkesi kaç birimdir? ($\cos 60^\circ = 1/2$)



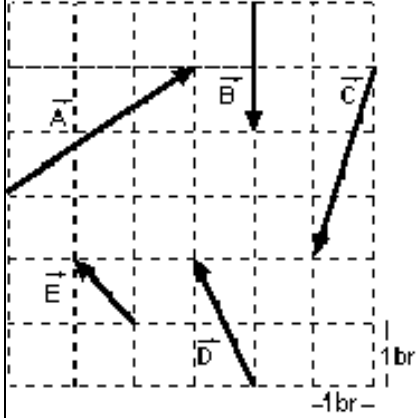
8. Şekildeki vektörlerin bileşkesi kaç birimdir? ($\cos 120^\circ = -1/2$)



9. $\vec{R} = \vec{K} + \vec{L} + \vec{M}$ vektörü kaç birimdir?



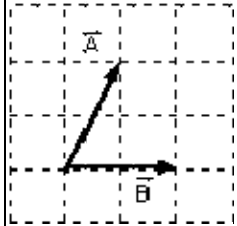
10. $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D} + \vec{E}$ vektörünün uzunluğu kaç birimdir? (Karenin bir kenarının uzunluğu 1 birimdir.)



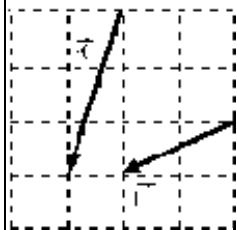
ALİSTIRMA - 2 Vektörlerde işlemler

1. Şekildeki düzlemde,

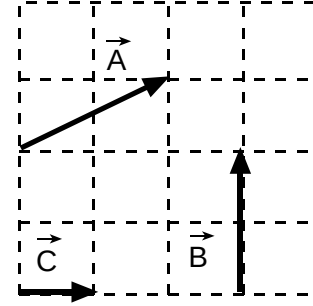
- $\vec{A} - \vec{B}$ vektörünü
- $\vec{B} - \vec{A}$ vektörünü çiziniz.



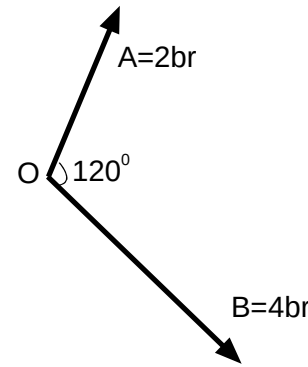
2. Şekildeki düzleme $\vec{K} - \vec{L}$ vektörünü çiziniz.



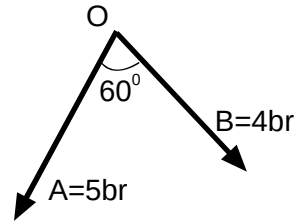
3. Şekildeki düzleme $\vec{D} = \vec{A} - \vec{B} - \vec{C}$ vektörünü çiziniz.



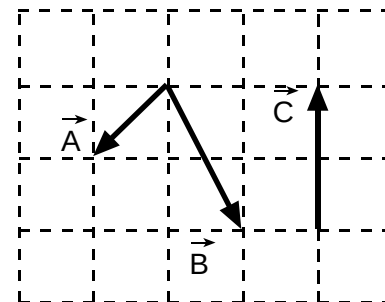
4. Yandaki şekle göre $-\vec{A} + \vec{B}$ vektörünü çiziniz. ($\cos 120^\circ = -1/2$)



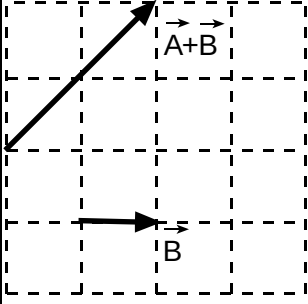
5. Şekle göre $\vec{A} - 2\vec{B}$ vektörünün uzunluğu kaç birimdir? ($\cos 60^\circ = 1/2$)



6. Şekildeki vektörlere göre $\vec{R} = \vec{B} - 2\vec{A} - \frac{\vec{C}}{2}$ vektörünü kare düzleme çiziniz.



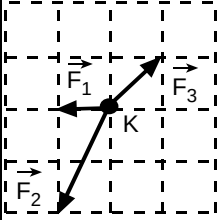
7. $\vec{A} + \vec{B}$ ve $\vec{B}$ vektörleri şekilde verildiğine göre, $\vec{A}$ vektörünü kare düzleme çiziniz.



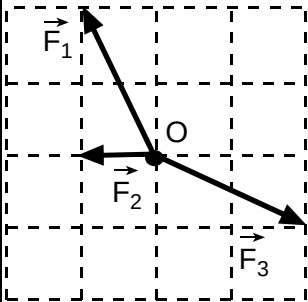
ALİŞTIRMA - 3 Kesişen kuvvetlerin

Bileşkesi

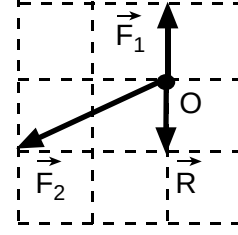
1. Noktasal K cisminde sürtünmesiz yatay düzlemde $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ kuvvetleri şekildeki gibi uygulanıyor. Cisme etki eden bileşke kuvveti çiziniz ve bileşkenin yatay, düşey bileşenlerini bulunuz.



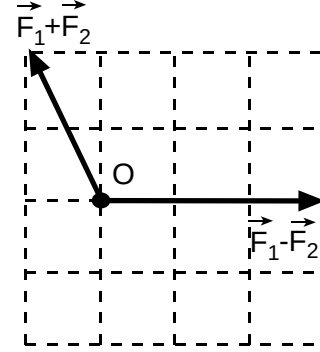
2. Sürtünmesiz yatay düzlemdeki $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ kuvvetleri şekildeki gibi O cisminde uygulanıyor. Cismin dengeleyici kuvvetini çiziniz.



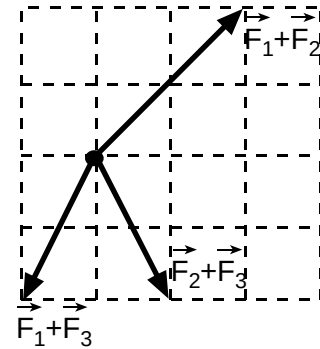
3. Sürtünmesiz yatay düzlemdeki O noktasal cisminde $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ kuvvetleri uygulanıyor. Üç kuvvetin bileşkesi $\vec{R}$ olduğuna göre, $\vec{F}_3$ kuvvetini çiziniz.



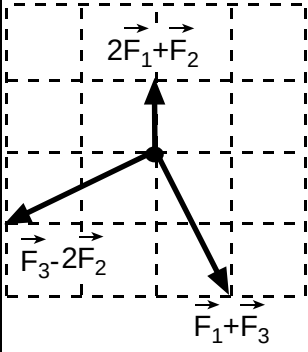
4. Şekildeki düzlemde $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$ ve $\vec{F}_1 - \vec{F}_2$ kuvvetleri verilmiştir. Buna göre $\vec{F}_1$ kuvvetini çiziniz.



5. Aynı düzlemdeki $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$, $\vec{F}_2 + \vec{F}_3$ ve $\vec{F}_1 + \vec{F}_3$ kuvvetleri şekilde verildiğine göre $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$ kuvvetini çiziniz.

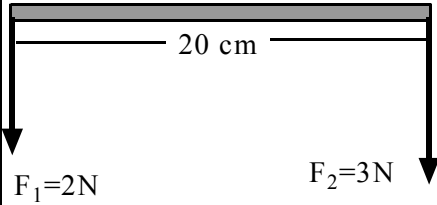


6. Şekilde aynı düzlemli $2\vec{F}_1 + \vec{F}_2$, $\vec{F}_3 - 2\vec{F}_2$, $\vec{F}_1 + \vec{F}_3$ kuvvetleri verilmiştir. Buna göre $\vec{F}_1$ kuvvetini bulunuz.

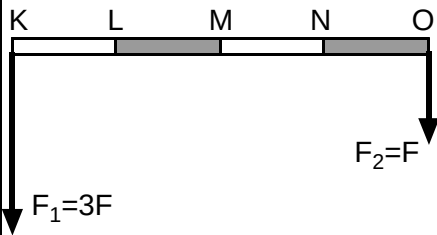


ALİŞTIRMA - 4 Paralel kuvvetlerin Bileşkesi

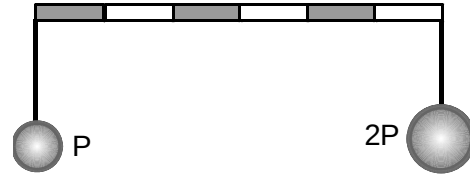
1. Şekildeki 20 cm uzunluğundaki çubuğa iki ucundan $\vec{F}_1$ ve $\vec{F}_2$ kuvvetleri uygulanıyor. Buna göre, bileşke kuvvetin $\vec{F}_1$ e uzaklığını ve büyüklüğünü bulunuz.



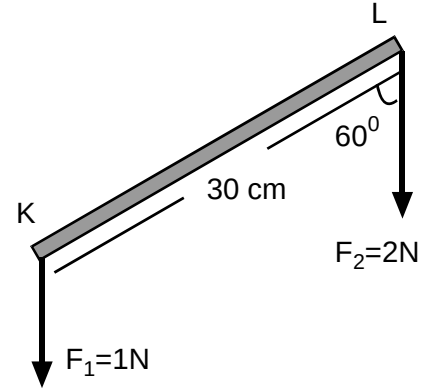
2. Eşit bölmeli çubuğa 3F ve F şiddetindeki kuvvetler şekildeki gibi uygulanıyor. Buna göre bileşke kuvvetin uygulama noktası hangi nokta üzerindedir?



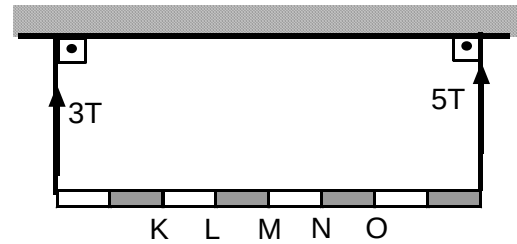
3. Şekildeki eşit bölmeli ve ağırlıksız çubuğa P ve 2P ağırlıklı yükler şekildeki gibi asılıyor. Çubuğun dengede kalabilmesi için nereden asılması gerekir?



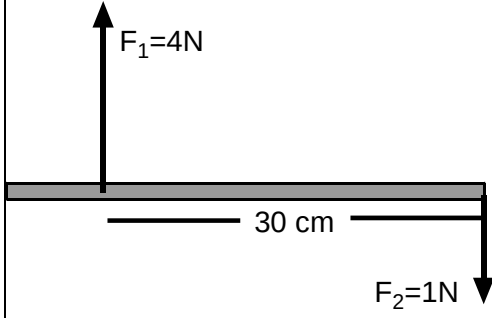
4. Şekildeki KL çubuğuna $\vec{F}_1$ ve $\vec{F}_2$ kuvvetleri uygulanıyor. Buna göre bileşkenin uygulama noktası L den kaç cm ileridedir?



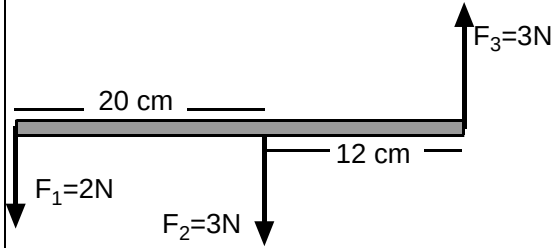
5. Eşit bölmeli çubuk iplerle tavana şekildeki gibi asıldığında, iplerdeki gerilme kuvveti 3T ve 5T oluyor. Buna göre, çubuğun ağırlık merkezi nerededir?



6. Şekildeki çubuğa $\vec{F}_1$ ve $\vec{F}_2$ kuvvetleri uygulandığında, bileşke kuvvet $\vec{F}_2$ den kaç cm ileride olur ve büyüklüğü kaç N olur?



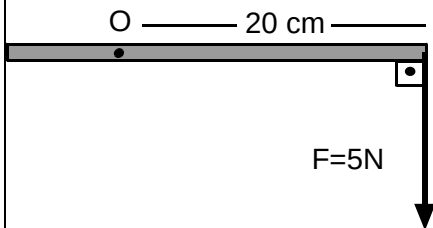
7. Boyu 32 cm olan çubuğa $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ kuvvetleri şekildeki gibi uygulanıyor. Bileşke kuvvetin büyüklüğü kaç N dur ve $\vec{F}_1$ den kaç cm ileridedir?



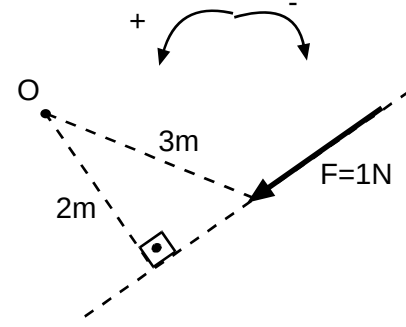
ALİŞTİRMA - 5 Moment ve Bileşke

Moment

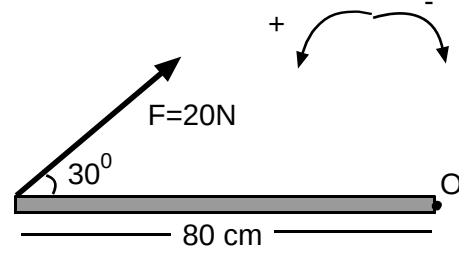
1. Şekildeki F kuvvetinin O noktasına göre momenti kaç N.m dir?



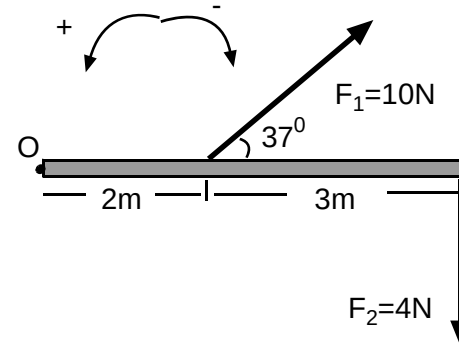
2. Şekildeki F kuvvetinin O noktasına göre momentinin işaretiyle birlikte büyüklüğü kaç N.m dir?



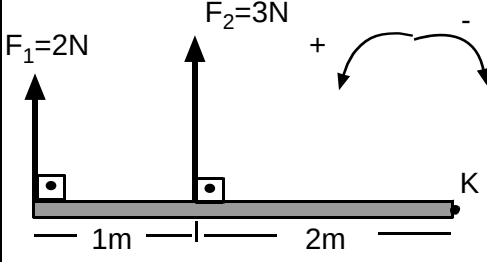
3. Şekildeki F kuvvetinin O noktasına göre momenti işaretiyle birlikte kaç N.m dir?



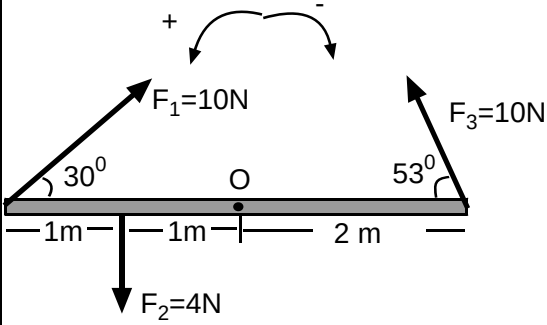
4. Şekildeki $\vec{F}_1$ ve $\vec{F}_2$ kuvvetlerinin O noktasına göre bileşke momenti işaretiyle birlikte kaç N.m dir?



5. Şekildeki $\vec{F}_1$ ve $\vec{F}_2$ kuvvetlerinin O noktasına göre bileşke momenti kaç N.m dir?

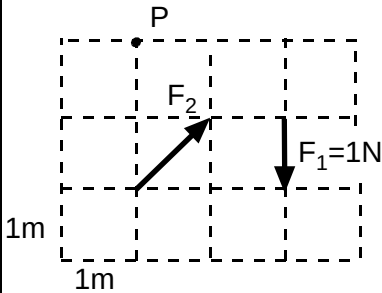


6. Şekildeki $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ kuvvetlerinin O noktasına göre bileşke momentleri işaretiyle birlikte kaç N.m dir?

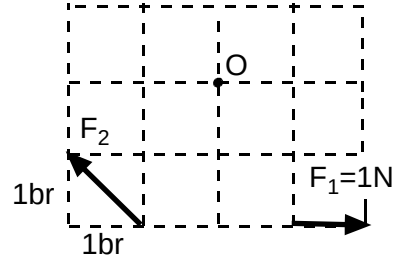


7. Şekildeki karelerin bir kenarı 1 m dir. Buna göre;

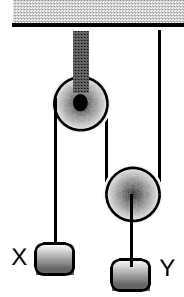
- F_1 kuvvetinin P noktasına göre momenti kaç N.m dir?
- F_2 kuvvetinin P noktasına göre momenti kaç N.m dir?
- Kuvvetlerin P noktasına göre bileşke momentlerinin büyüklüğü kaç N.m dir?



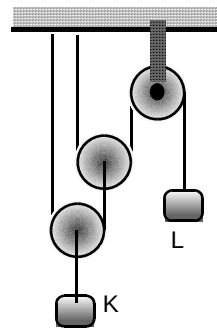
8. Şekildeki $\vec{F}_1$ ve $\vec{F}_2$ kuvvetlerinin O noktasına göre bileşke momenti kaç N.m dir? (Vektörler ölçekli çizilmiştir.)



9. X ve Y cisimleri ağırlıksız makaralarla şekildeki gibi dengededir. Buna göre X in ağırlığının Y ninkine oranı P_x/P_y nedir?



10. Şekildeki her bir makaranın ağırlığı 10 N, K cisminin ağırlığı ise 30 N dur. Sistem dengede olduğuna göre L nin ağırlığı kaç N dur?

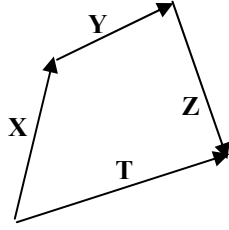


1) Aşağıdaki niceliklerden hangileri vektörseldir?

- A) Enerji
- B) Zaman
- C) Momentum
- D) Kütle
- E) Sıcaklık

2) Şekildeki vektörler aynı düzlemde. Bu vektörlerin bileşkesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) X
- B) 2X
- C) Y
- D) 2T
- E) T

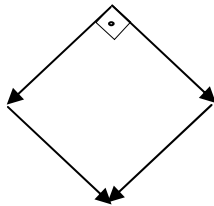


3) Bir Çocuk önce kuzeye 10 metre, sonra doğuya 40 metre daha sonra güneye 40 metre hareket ettiğinde kaç metre yer değiştirir?

- A) 40
- B) 45
- C) 50
- D) 60
- E) 90

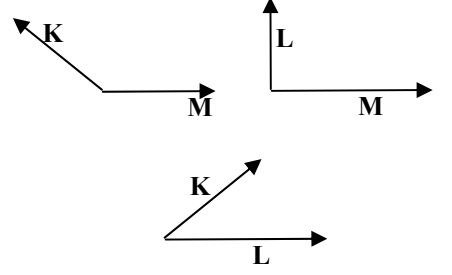
4) Şekildeki her bir vektörün büyüklüğü b dir. Tüm vektörlerin bileşkesi kaç b dir?

- A) 1/2
- B) 2
- C) $2\sqrt{2}$
- D) $2\sqrt{3}$
- E) 4



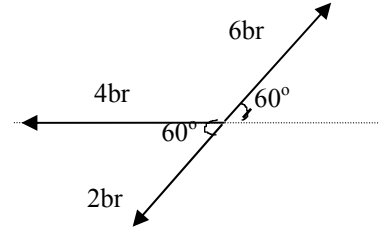
5) Şekillerdeki vektörlerin bileşkelerinin büyüklükleri eşit olduğuna göre K, L, M vektörlerinin büyüklüklerini karşılaştıran doğru ifade aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $K=L=M$
- B) $L>K>M$
- C) $M>K>L$
- D) $K>L>M$
- E) $M>L>K$



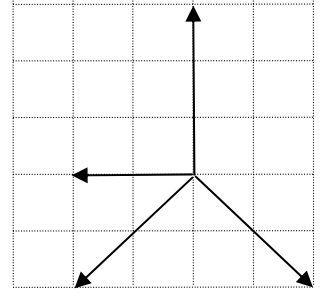
6) Şekildeki aynı düzlemli vektörlerin bileşkesinin şiddeti kaç birimdir?

- A) 3
- B) 4
- C) 6
- D) 7
- E) 8



7) Şekildeki aynı düzlemli vektörlerin bileşkesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

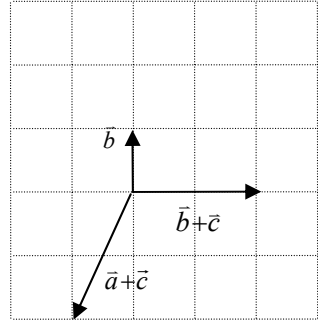
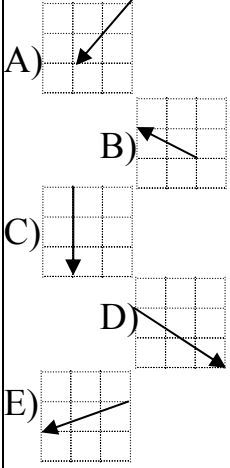
- A)
- B)
- C)
- D)
- E)



8) Aralarında θ açısı bulunan iki vektörün büyüklüğü 5 ve 12 birimdir. $0 \leq \theta < 180^\circ$ olduğuna göre bileşke vektörün büyüklüğü hangi değeri alamaz?

- A) 7
- B) 11
- C) 15
- D) 16
- E) 17

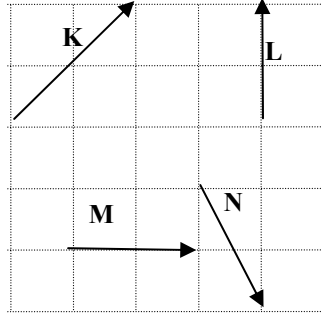
9) Şekildeki vektörler aynı düzlemde. Buna göre $\vec{a}$ vektörü aşağıdakilerden hangisidir?



10) Şekildeki aynı düzlemli vektörler için aşağıdaki eşitliklerden hangileri doğrudur?

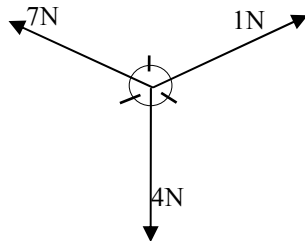
- I. $\vec{K} = \vec{L} + \vec{N}$
 II. $\vec{L} + \vec{M} = \vec{K}$
 III. $\vec{M} = \vec{L} - \vec{N}$

- A) Yalnız I
 B) Yalnız II
 C) Yalnız III
 D) I ve II
 E) II ve III

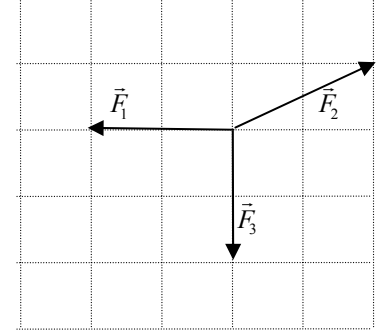
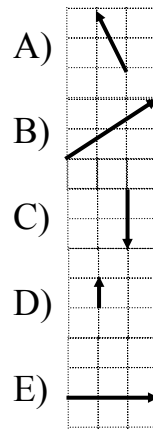


11) Şekildeki aynı düzlemli kuvvetlerin bileşkesi kaç Newton dur?

- A) 1
 B) 2
 C) 3
 D) $3\sqrt{3}$
 E) $4\sqrt{2}$

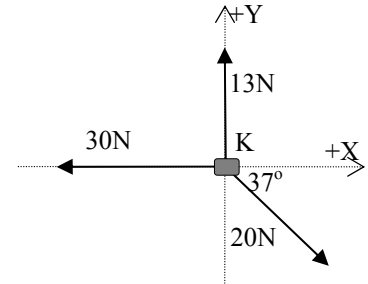


12) Şekildeki vektörlerin bileşkesinin sıfır olması için dördüncü vektör olan $\vec{F}_4$ vektörü aşağıdakilerden hangisidir?



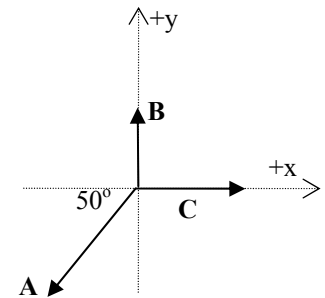
13) Sürtünmesiz yatay düzlem üzerindeki K cisminin X eksenı doğrultusunda hareket etmesi için uygulanması gereken en küçük kuvvet kaç Newton olmalıdır? (Düzlem yatay ve sürtünme yok) ($\sin 37^\circ = 0,6$; $\cos 37^\circ = 0,8$)

- A) 1
 B) 2
 C) 3
 D) 5
 E) 7



14) Şekildeki vektörlerin bileşkesi sıfır olduğuna göre bu vektörlerin büyüklüklerini karşılaştıran doğru ifade aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $A > B > C$
 B) $A > C > B$
 C) $B > A > C$
 D) $B > C > A$
 E) $C > A > B$

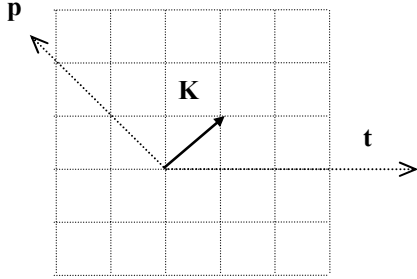


15) Aralarında 120° lik açı bulunan İki vektörün bileşkesi $10\sqrt{3}$ birimdir. Küçük olan bileşen vektör bileşke vektöre dik olduğuna göre büyük bileşen vektörün şiddeti kaç birimdir?

- A) 5
- B) 8
- C) 10
- D) 15
- E) 20

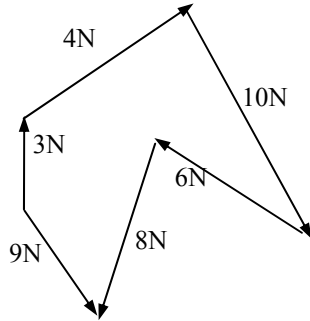
16) Şekildeki K vektörünün p ve t eksenleri üzerindeki bileşenlerinin büyüklükleri oranı (K_t/K_p) kaçtır?

- A) 1
- B) $\sqrt{2}$
- C) $\sqrt{3}$
- D) 2
- E) 3



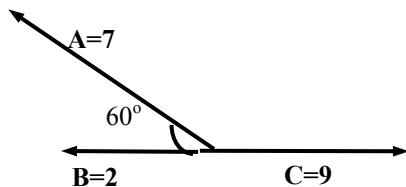
17) Şekildeki vektörlerin bileşkesi kaç Newton dur?

- A) 3
- B) 5
- C) 10
- D) 16
- E) 18



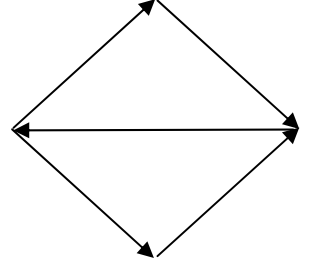
18) Şekildeki A, B, C vektörlerinin bileşkesinin büyüklüğü ($\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$) kaç birimdir?

- A) 4
- B) 5
- C) 6
- D) 7
- E) 8



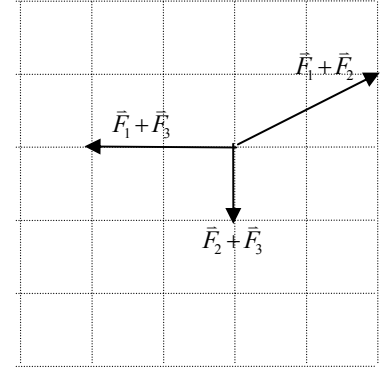
19) Şekildeki vektörlerden her birinin büyüklüğü a dır. Buna göre tüm vektörlerin bileşkesinin büyüklüğü kaç a dır?

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5



20) Şekildeki vektörler aynı düzlemde dir. Buna göre $\vec{F}_1$ vektörü aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)



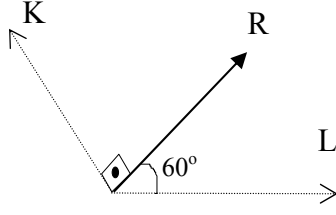
21) Büyüklükleri 3, 6, 8 birim olan üç vektörün bileşkesinin büyüklüğü aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- I. 0
- II. 10
- III. 18

- A) Yalnız I
- B) Yalnız II
- C) Yalnız III
- D) I ve III
- E) II ve III

22) Şekildeki R vektörünün K ve L eksenleri üzerindeki bileşenlerinin oranı R_K/R_L kaçtır?

- A) 0
B) 1/2
C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
E) 2

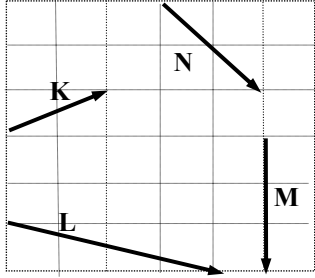


23) Şekildeki vektörler için

- I. $\vec{K} = \vec{L} - \vec{N}$
II. $\vec{M} = \vec{K} + \vec{L}$
III. $\vec{N} = \vec{K} + \vec{M}$

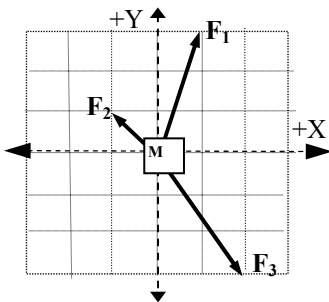
İfadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I
B) Yalnız II
C) Yalnız III
D) I ve III
E) II ve III



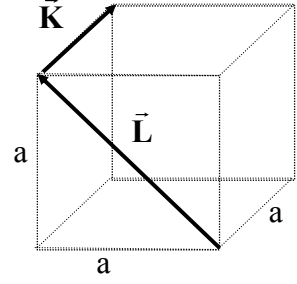
24) F_1, F_2, F_3 kuvvetlerinin etkisinde kalan M cisminin +x eksenı doğrultusunda hareket etmesi için uygulanacak en küçük kuvvet ne olmalıdır?

- A) +x (2 br)
B) +y (2 br)
C) -y (1 br)
D) +x (1 br)
E) +y (1 br)



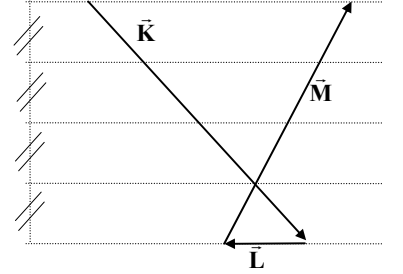
25) Şekildeki küpün bir kenarının uzunluğu a dır. $\vec{R} = \vec{K} + \vec{L}$ ise $|\vec{R}|$ kaç a dır?

- A) $\sqrt{10}$
B) $\sqrt{6}$
C) 2
D) $\sqrt{3}$
E) $\sqrt{2}$



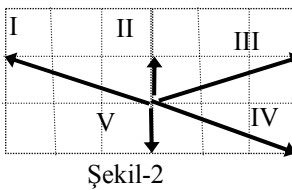
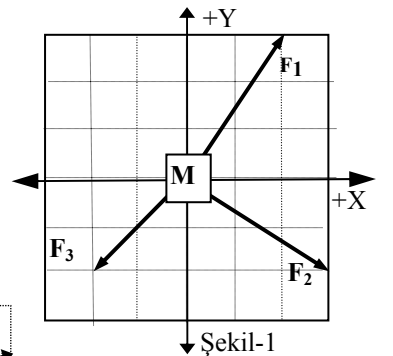
26) Şekildeki vektörler aynı düzlem üzerindedir. Buna göre $|\vec{K} + \vec{L} + \vec{M}|$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) L
B) 2L
C) 3L
D) 4L
E) 5L



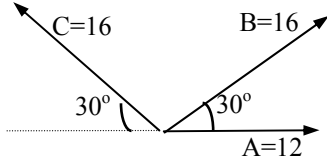
27) M noktasal cismi (şekil-1) deki üç kuvvetin etkisindedir. Cismin +x doğrultusunda hareket etmesi için (şekil-2) deki kuvvetlerden hangileri uygulanabilir?

- A) Yalnız I
B) Yalnız II
C) II ve III
D) IV ve V
E) I, II ve III

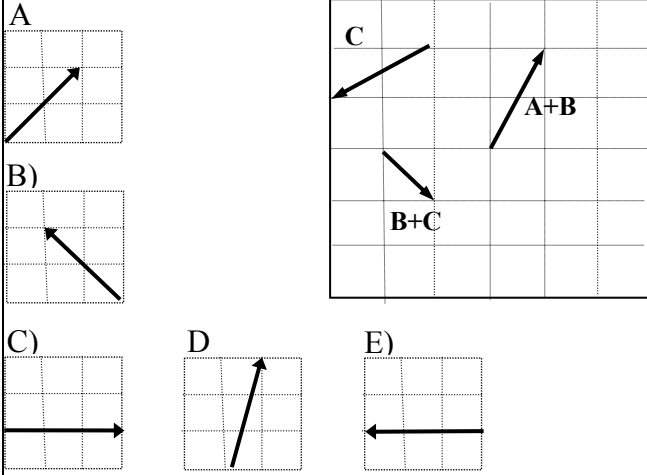


28) Şekildeki A, B, C vektörlerinin bileşkesi kaç birimdir?

- A) 15
B) 18
C) 20
D) 24
E) 30

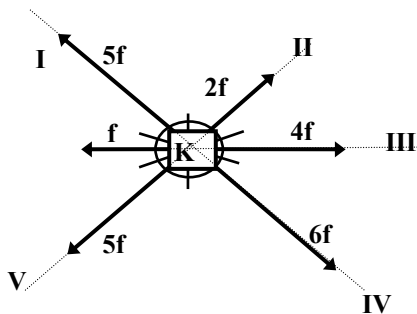


29) $\vec{C}, \vec{A} + \vec{B}, \vec{B} + \vec{C}$ vektörleri şekilde verilmiştir. Buna göre, A vektörü aşağıdakilerden hangisidir?



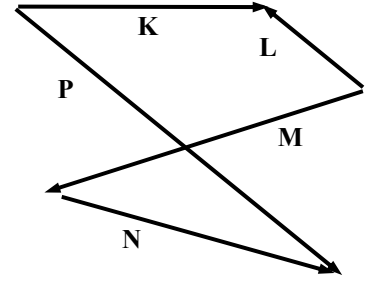
30) Şekildeki aynı düzlemlı kuvvetlerin etkisinde kalan K cismi sürtünmesiz yüzeyde hangi yönde hareket eder?

- A) I
B) II
C) III
D) IV
E) V



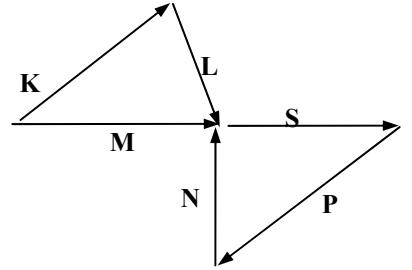
31) Şekildeki vektör diyagramında $\vec{R} = \vec{K} - \vec{L} + \vec{M} + \vec{N} + \vec{P}$ dir. Buna göre, R aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 0
B) $\vec{P}$
C) $2\vec{L}$
D) $\vec{K}$
E) $2\vec{P}$



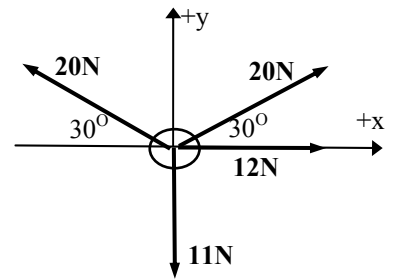
32) Şekildeki vektörlerin bileşkesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2\vec{M}$
B) $2\vec{M} + 2\vec{S}$
C) $\vec{M} - \vec{S}$
D) $2\vec{M} - 2\vec{S}$
E) $2\vec{S}$



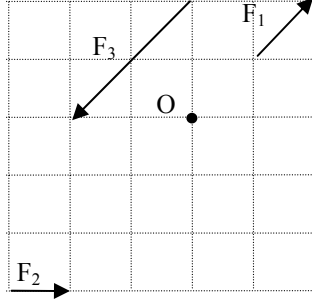
33) Şekildeki vektörlerin bileşkesi kaç Newton dur?

- A) 5
B) 7
C) 9
D) 13
E) 15



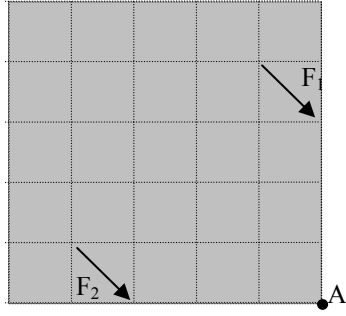
34) Şekildeki kuvvetlerin O noktasına göre momentlerini karşılaştıran doğru ifade aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $M_1 > M_2 > M_3$
- B) $M_2 > M_1 > M_3$
- C) $M_2 > M_3 > M_1$
- D) $M_3 > M_2 > M_1$
- E) $M_1 = M_2 = M_3$



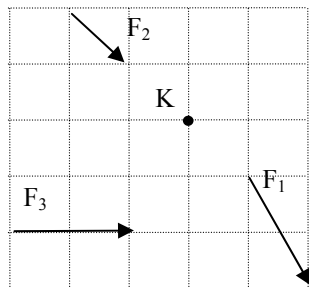
35) Şekildeki karesel levha kuvvetlerin etkisi altında dengededir. Buna göre A noktasına uygulanacak üçüncü kuvvet aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)



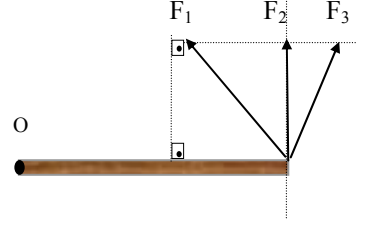
36) Şekildeki kuvvetlerin K noktasına göre toplam momentleri kaç (birim)² dir?

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5



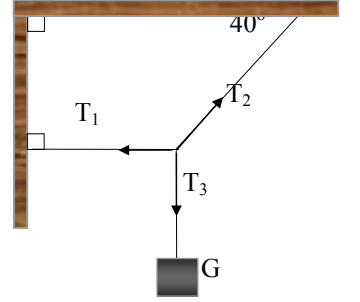
37) Şekildeki kuvvetlerin O noktasına göre momentlerinin büyüklüklerini karşılaştıran doğru ifade aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $M_2 > M_1 > M_3$
- B) $M_1 > M_2 > M_3$
- C) $M_2 > M_3 > M_1$
- D) $M_3 > M_2 > M_1$
- E) $M_1 = M_2 = M_3$



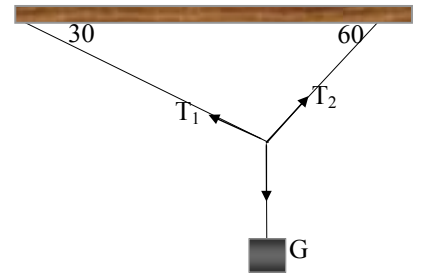
38) Şekildeki sistem dengededir. İplerdeki gerilme kuvvetleri olan T_1 , T_2 ve T_3 arasında aşağıdaki ilişkilerden hangisi vardır?

- A) $T_1 > T_2 > T_3$
- B) $T_2 > T_1 > T_3$
- C) $T_2 > T_3 > T_1$
- D) $T_3 > T_2 > T_1$
- E) $T_1 = T_2 = T_3$



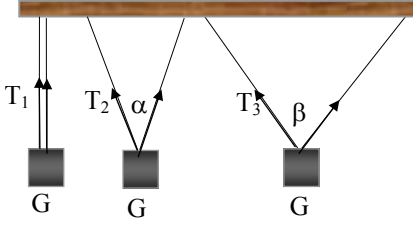
39) Şekildeki sistem dengededir. İplerdeki gerilme kuvvetleri olan T_1 , T_2 ve G arasında aşağıdaki ilişkilerden hangisi vardır?

- A) $T_1 > T_2 > G$
- B) $T_2 > T_1 > G$
- C) $T_2 > G > T_1$
- D) $G > T_2 > T_1$
- E) $T_1 = T_2 = G$



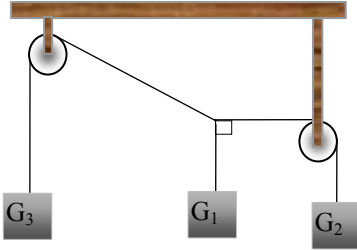
40) Şekildeki sistemler dengededir. İplerdeki gerilme kuvvetleri olan T_1 , T_2 ve T_3 arasındaki ilişki aşağıdakilerden hangisidir? ($\beta > \alpha$)

- A) $T_2 > T_3 > T_1$
- B) $T_1 = T_2 = T_3$
- C) $T_1 > T_2 > T_3$
- D) $T_3 > T_2 > T_1$
- E) $T_2 > T_1 > T_3$



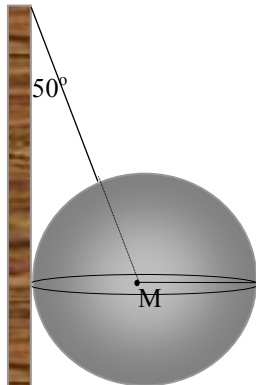
41) Şekildeki sürtünmesiz sistem dengededir. $G_1 = 5\text{ N}$, $G_3 = 13\text{ N}$ ise G_2 kaç N dur?

- A) 5
- B) 7
- C) 9
- D) 10
- E) 12



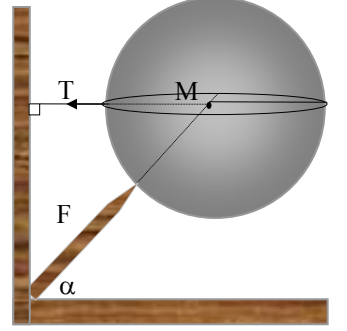
42) Şekildeki homojen kürenin ağırlığı G olup dikey duvarın küreye uyguladığı tepki kuvveti F , ipteki gerilme kuvveti T dir. Buna göre F , G ve T arasında aşağıdaki ilişkilerden hangisi mevcuttur?

- A) $F > T > G$
- B) $T > F > G$
- C) $F > G > T$
- D) $G > T > F$
- E) $T > G > F$

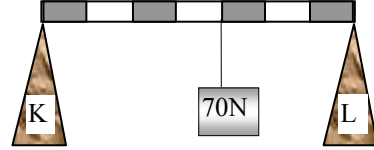


43) Şekildeki homojen küre destek ve ip yardımıyla dengededir. Buna göre kürenin ağırlığı olan G , desteğin küreye uyguladığı tepki kuvveti F ve ipteki gerilme kuvveti T arasında aşağıdaki ilişkilerden hangisi doğrudur? ($\alpha < 45$)

- A) $F > T > G$
- B) $T > F > G$
- C) $F > G > T$
- D) $G > F > T$
- E) $F > T = G$



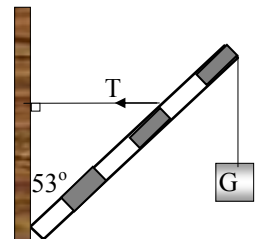
44) K ve L desteklerinin ağırlıksız kalasa uyguladıkları tepki kuvvetleri kaç Newton dur? (Bölmeler eşit aralıklıdır.)



	A)	B)	C)	D)	E)
F_K	30	20	10	40	50
F_L	40	50	60	30	20

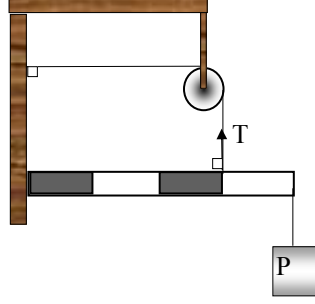
45) Şekildeki sistem dengede olup kalas ağırlığı önemsizdir. Buna göre T/G oranı kaçtır? (Bölmeler eşit aralıklıdır. $\sin 53 = 0,8$; $\sin 37 = 0,6$)

- A) $1/3$
- B) $2/3$
- C) 1
- D) 2
- E) 3



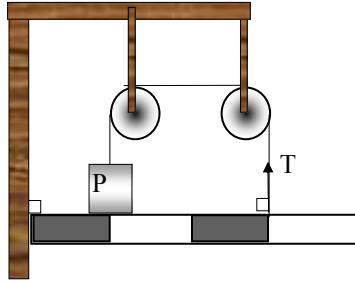
46) Homojen kalasın ağırlığı P olup sistem dengededir. Buna göre T/P oranı kaçtır? (Bölmeler eşit aralıklıdır.)

- A) 4
B) 3
C) 2
D) 1
E) $1/2$



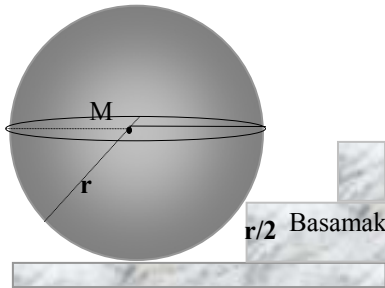
47) Şekildeki homojen kalasın ağırlığı 50 N olduğuna göre 100 N luk P cisminin bağlandığı ipteki gerilme kuvveti kaç N dur? (Bölmeler eşit aralıklıdır.)

- A) 30
B) 50
C) 75
D) 80
E) 90



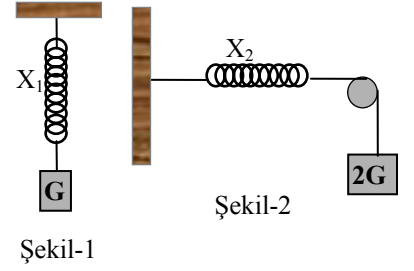
48) Homojen kürenin ağırlığı G dir. Küreyi şekildeki gibi basamaktan atlatacak küre yüzeyine teğet olan en küçük kuvvet kaç N dur?

- A) $G/4$
B) $G/2$
C) $G \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$
D) $G \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}$
E) $G \cdot \frac{\sqrt{5}}{3}$



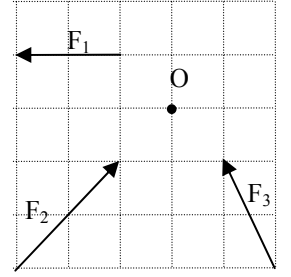
49) Şekillerdeki sistemler denge durumuna gelinceye kadar Şekil-1 deki yay x_1 kadar Şekil-2 deki yay x_2 kadar uzamaktadır. Buna göre (x_1/x_2) kaçtır? (Yaylar özdeşdir)

- A) $1/4$
B) $1/2$
C) 1
D) 2
E) 4



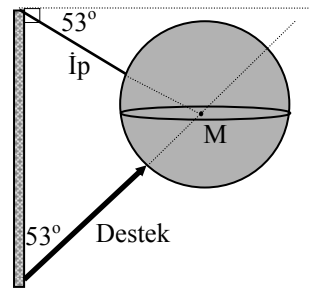
50) Şekildeki kuvvetlerin O noktasına göre momentlerinin büyüklüklerini karşılaştıran doğru ifade aşağıdakilerden hangisidir.

- A) $M_1 > M_2 > M_3$
B) $M_1 = M_2 > M_3$
C) $M_1 = M_2 = M_3$
D) $M_1 > M_3 > M_2$
E) $M_3 > M_1 = M_2$



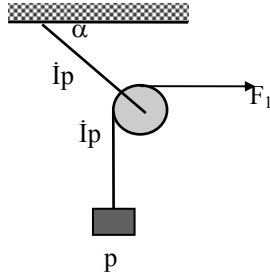
51) Şekildeki homojen kürenin ağırlığı 10 N dur. Buna göre, desteğin küreye uyguladığı kuvvet kaç Newton dur?

- A) 4
B) 6
C) 8
D) 10
E) 12,5



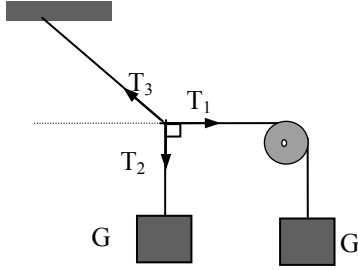
52) Şekildeki sürtünmesiz sistem ağırlığı ihmal edilen makara ile dengededir. Eğer P iki katına çıkarılıp denge F_1 ile aynı doğrultudaki başka bir F_2 kuvveti ile dengelenirse α açısı kaç katına çıkar? (F_1 yatay doğrultudadır.)

- A) 1/3
- B) 1/2
- C) 1
- D) 2
- E) 3



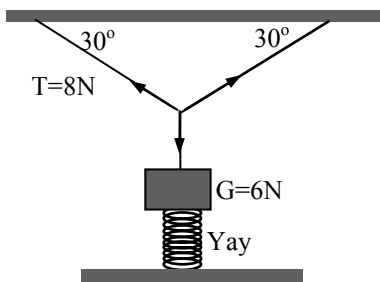
53) Şekildeki sistem dengededir. Buna göre iplerdeki gerilme kuvvetleri T_1 , T_2 ve T_3 arasında ne tür bir ilişki vardır?

- A) $T_1 > T_2 > T_3$
- B) $T_3 > T_2 > T_1$
- C) $T_1 = T_2 > T_3$
- D) $T_1 > T_3 > T_2$
- E) $T_3 > T_2 = T_1$



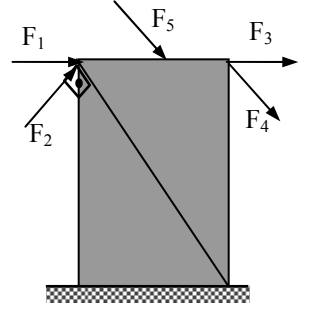
54) Şekildeki sistem dengede olup ipteki gerilme kuvveti $T=8$ Newton dur. Buna göre yayı geren kuvvet kaç newton dur?

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5



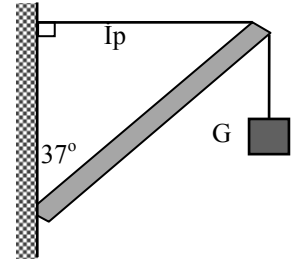
55) Kare şeklindeki homojen levhayı sayfa düzlemi içinde en kolay biçimde devirebilmek için şekildeki kuvvetlerden hangisi uygulanmalıdır?

- A) F_1
- B) F_2
- C) F_3
- D) F_4
- E) F_5



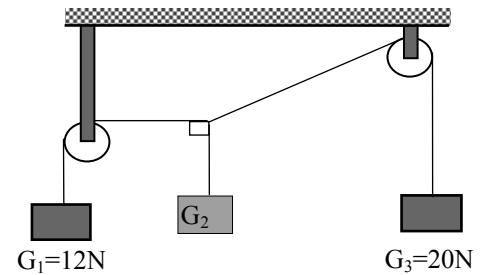
56) Şekildeki sistem ağırlıksız kalas ile dengededir. Buna göre, ipteki gerilme kuvveti kaç G olur? ($\sin 37^\circ = 0.6$, $\cos 37^\circ = 0.8$)

- A) 1/3
- B) 3/4
- C) 4/3
- D) 3/2
- E) 7/2



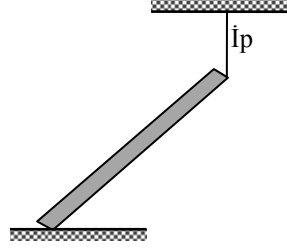
57) Şekildeki sistem dengede olduğuna göre G_2 kaç N dur?

- A) 8
- B) 10
- C) 13
- D) 16
- E) 22



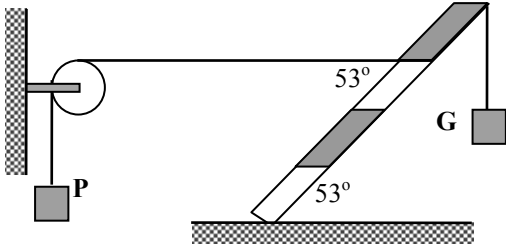
58) Şekildeki sistem homojen kalasla dengededir. Buna göre, ipteki gerilme kuvvetinin kalasın ağırlığına oranı nedir?

- A) 1/4
- B) 1/2
- C) 2/3
- D) 2
- E) 4



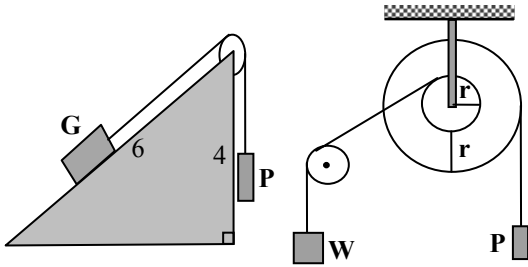
59) Şekildeki sistem ağırlıksız kalas ile dengededir. Buna göre, P/G oranı nedir? (Sin37=0.6 , Cos37=0.8)

- A) 1/3
- B) 3/4
- C) 1
- D) 16/9
- E) 2



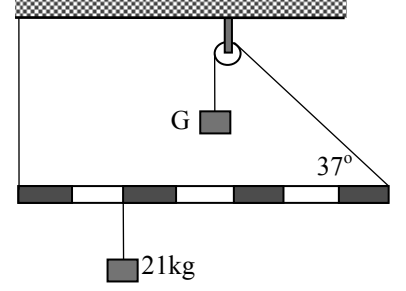
60) Şekillerdeki sistemler kendi içinde dengededir. Buna göre, G/W oranı kaçtır?

- A) 3/4
- B) 4/3
- C) 5/3
- D) 6/4
- E) 2



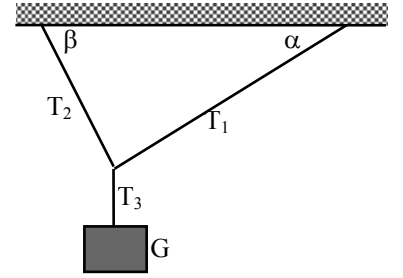
61) Şekildeki sistem ağırlıksız kalas ile dengede olduğuna göre G kaç kg dır? (Sin37=0.6)

- A) 10
- B) 14
- C) 18
- D) 24
- E) 30



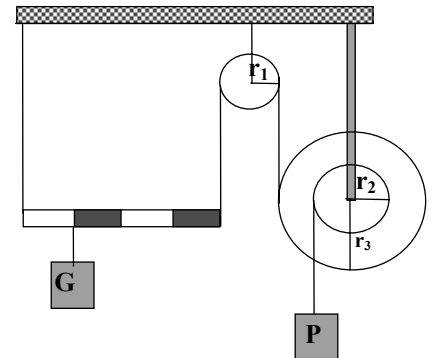
62) Şekildeki sistem dengede olup $\beta > \alpha$ dır. Buna göre, iplerdeki gerilme kuvvetleri T_1 , T_2 , ve T_3 arasında ne tür bir ilişki vardır? ($\alpha + \beta > 90$)

- A) $T_1 > T_2 > T_3$
- B) $T_1 < T_2 < T_3$
- C) $T_1 = T_2 = T_3$
- D) $T_1 = T_2 < T_3$
- E) $T_1 < T_2 = T_3$



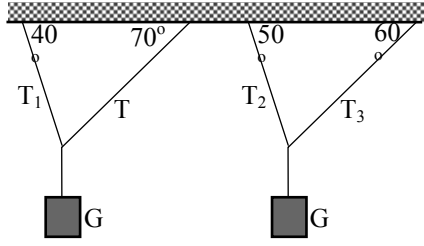
63) Şekildeki sistem dengededir. Aşağıdakilerden hangisinin değişmesiyle denge bozulmaz?

- A) r_1
- B) r_2
- C) r_3
- D) G' nin yeri
- E) P ağırlığı



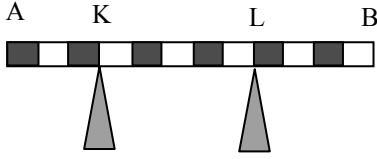
64) Şekildeki sistemler kendi aralarında dengededir. Buna göre, T_1 , T_2 , T_3 arasında ne tür bir ilişki vardır?

- A) $T_1 < T_2 < T_3$
- B) $T_1 > T_2 > T_3$
- C) $T_1 = T_2 = T_3$
- D) $T_1 < T_2 = T_3$
- E) $T_1 = T_2 > T_3$



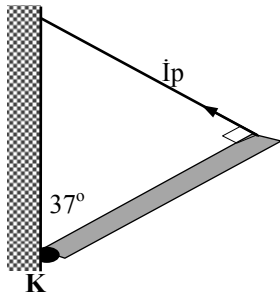
65) Şekildeki sistemde homojen eşit bölmeli kalasın ağırlığı W dır. Bir X cismi A ucuna asıldığında kalas devrilebilmektedir. X kaldırılıp başka bir Y cismi B ucuna asıldığında kalas yine devrilmektedir. Buna göre, en küçük X ağırlığının en küçük Y ağırlığına oranı X/Y nedir?

- A) 2
- B) $3/2$
- C) 1
- D) $3/4$
- E) $1/2$



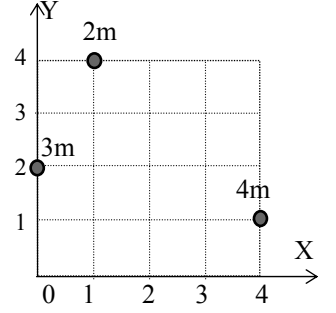
66) Şekildeki sistem dengede olup kalas K noktası etrafında kolayca dönebilmektedir. Buna göre, ipteki gerilme kuvvetinin homojen kalasın ağırlığına oranı nedir? ($\sin 37^\circ = 0.6$, $\sin 53^\circ = 0.8$)

- A) $3/10$
- B) $1/2$
- C) $3/5$
- D) 1
- E) 2



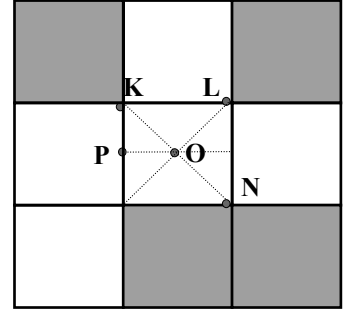
70) Şekildeki kütlelerin kütle merkezinin koordinatları aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) (3;2)
- B) (2;3)
- C) (2;2)
- D) (2;1)
- E) (1;3)



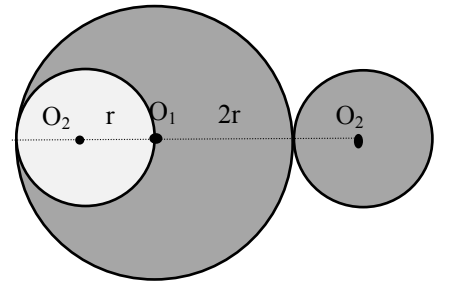
71) Homojen karesel levha dokuz eşit parçaya bölündükten sonra taralı parçalar kesilip atılıyor. Oluşan yeni sistemin kütle merkezi nerededir?

- A) K-O arasında
- B) N-O arasında
- C) P-O arasında
- D) L-O arasında
- E) P-N arasında



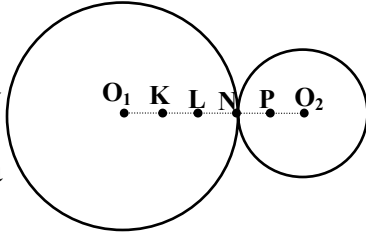
72) O_1 merkezli homojen daireden O_2 merkezli taralı olan daire kesilip şekildeki gibi yapıştırılıyor. Buna göre, kütle merkezi kaç r yer değiştirir?

- A) 0.1
- B) 0.25
- C) 0.5
- D) 0.75
- E) 1



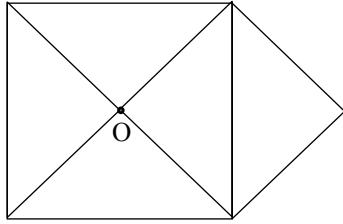
73) Aynı maddeden yapılmış şekildeki homojen çemberlerin kütle merkezi nerededir? (Bölmeler eşit aralıklıdır.)

- A) K noktasında
- B) K ile L arasında
- C) L noktasında
- D) L ile N arasında
- E) N noktasında



74) Taban uzunluğu 30 cm olan homojen üçgenler şekildeki gibi yapıştırılıyor. Buna göre, kütle merkezi O noktasından kaç cm ötededir?

- A) 10
- B) 7
- C) 6
- D) 4
- E) 3

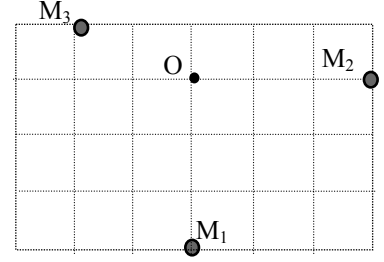


75) 40 cm uzunluğundaki homojen düz tel bir ucundan 10 cm' si kendi üzerine katlanırsa kütle merkezi kaç cm yer değiştirir?

- A) 1
- B) 2,5
- C) 4
- D) 5,5
- E) 8

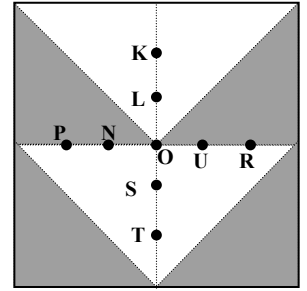
76) M_1 , M_2 ve M_3 kütlelerinin kütle merkezi O noktasıdır. M_1 kütlesi 2 kg olduğuna göre M_3 kütlesi kaç kg dır?

- A) 2
- B) 4
- C) 6
- D) 8
- E) 10



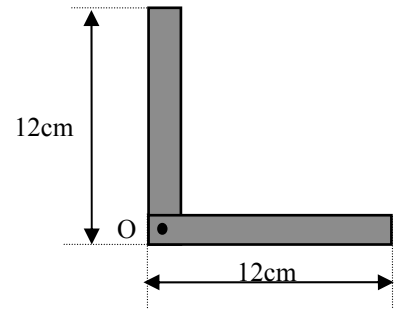
77) Homojen karesel levhadan taralı olan parçalar çıkarıldıktan sonra geri kalan üçgenlerin kütle merkezi hangi nokta ya da noktalar arasındadır? (Bölmeler eşit aralıklıdır.)

- A) K-L arasında
- B) O noktasında
- C) L noktasında
- D) L-O arasında
- E) S-O arasında



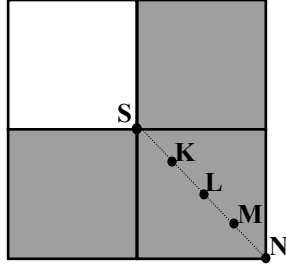
78) Kütleleri eşit iki çubuk homojen olup birbirine dik olacak şekilde monte edilmiştir. Buna göre, şeklin kütle merkezi O noktasından kaç cm uzaktadır?

- A) 2
- B) $3\sqrt{2}$
- C) 4
- D) $2\sqrt{5}$
- E) 6



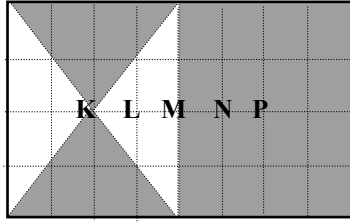
79) Homojen karesel levha dört eşit parçaya bölündükten sonra parçalardan biri kesiliyor. Oluşan yeni şeklin kütle merkezi hangi nokta yada noktalar arasındadır? (Bölmeler eşit aralıktır)

- A) S noktasında
- B) L noktasında
- C) K-L arasında
- D) K-S arasında
- E) L-M arasında



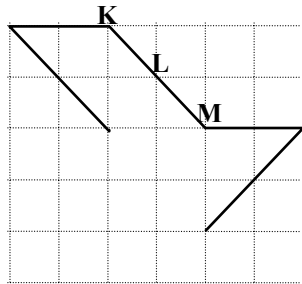
80) Dikdörtgen şeklindeki homojen levhanın taralı olmayan kısımları kesilip atılıyor. Yeni şeklin kütle merkezi nerededir?

- A) L noktasında
- B) L ile M arasında
- C) M noktasında
- D) M ile N arasında
- E) N noktasında



81) Homojen düz tel şeklindeki gibi bükülüyor. Bu tel hangi noktasından asılırsa görüldüğü haliyle dengede kalır?

- A) K noktasında
- B) K ile L arasında
- C) L noktasında
- D) L ile M arasında
- E) M noktasında



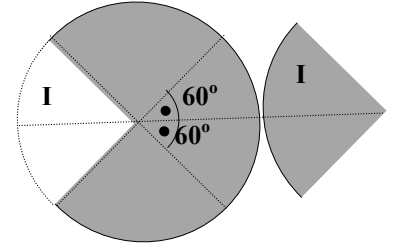
82) Şekildeki homojen eşit bölmeli şeridin kaç bölmesi kendi üstüne katlanırsa kütle merkezi K ile L'nin tam ortasında olur?

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5

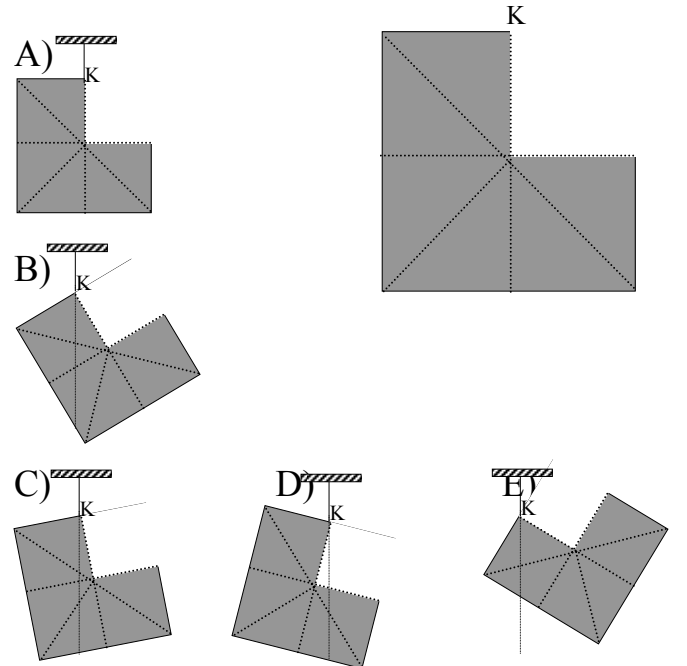


83) Kalınlığı her yerde aynı olan dairesel homojen levhanın yarıçapı r dir. Bu levhanın I nolu parçası kesilip şekildeki gibi yapıştırılırsa kütle merkezi ne kadar yer değiştirir?

- A) $r/4$
- B) $r/3$
- C) $r/2$
- D) $2r/3$
- E) $3r/4$

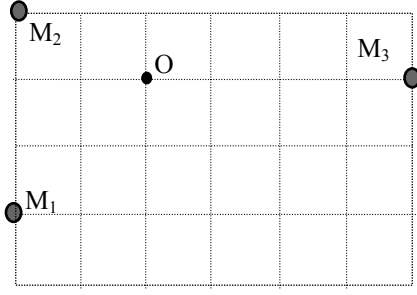


84) Üç özdeş kareden meydana gelmiş şekildeki homojen levha K noktasından asıldığında aşağıdaki şekillerden hangisi gibi dengede kalır?



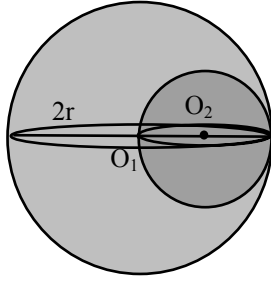
85) M_1 , M_2 ve M_3 kütlelerinin kütle merkezi O noktasıdır. M_3 kütlesi 3 kg olduğuna göre M_1 kütlesi kaç kg dır?

- A) 2
B) 4
C) 6
D) 8
E) 12



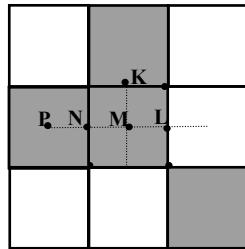
86) O_1 merkezli $2r$ yarıçaplı homojen kürenin özkütlesi d dir. Bu küreden O_2 merkezli r yarıçaplı küre oyulup çıkarıldıktan sonra yerine $5d$ özkütteleli madde şırınga ediliyor. Kütle merkezi kaç r yer değiştirir?

- A) $1/9$
B) $1/8$
C) $1/5$
D) $1/4$
E) $1/3$



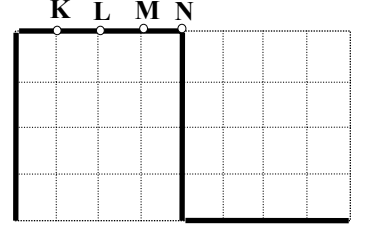
87) Homojen karesel levha eşit parçalara bölündükten sonra şekildeki gibi taralı olmayan kısımlar kesilip atılıyor. Buna göre, elde edilen yeni şeklin kütle merkezi hangi nokta ya da noktalar arasındadır? (Bölmeler eşit aralıklıdır)

- A) L noktasında
B) L-M arasında
C) M noktasında
D) M-N arasında
E) N noktasında



88) Türdeş ve aynı kalınlıktaki telin bükülmesiyle oluşan şekildeki sistem nereden asılırsa görüldüğü hali ile dengede kalır? (Bölmeler eşit aralıklıdır)

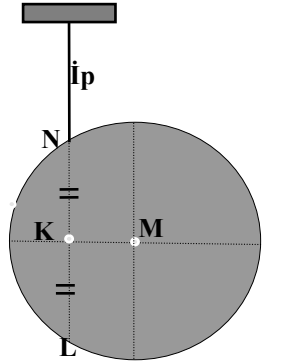
- A) K 'dan
B) K-L arasından
C) L-M arasından
D) M 'den
E) M-N 'arasından



89) Kalınlığı her yerde aynı olan daire şeklindeki levha N noktasından asıldığında şekildeki gibi dengeleniyor. Buna göre, aşağıdaki ifadelerden hangileri kesin yanlıştır? (M noktası kürenin merkezidir.)

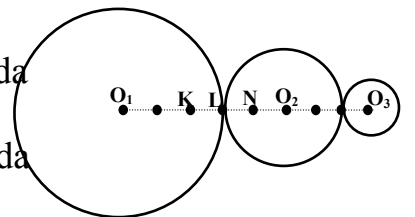
- I. Levha homojendir
II. Kütle merkezi K noktasıdır.
III. Kütle merkezi K-M arasındadır

- A) Yalnız I
B) Yalnız II
C) Yalnız III
D) I ve III
E) I, II ve III



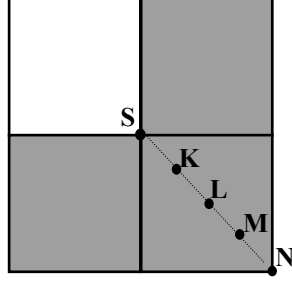
90) Aynı maddeden yapılmış şekildeki homojen r , $2r$ ve $3r$ yarıçaplı çemberlerin kütle merkezi nerededir? (Bölmeler eşit aralıklıdır.)

- A) K noktasında
B) K ile L arasında
C) L noktasında
D) L ile N arasında
E) N Noktasında



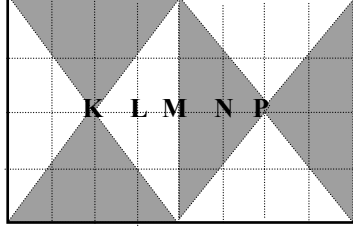
91) Homojen karesel levha dört eşit parçaya bölündükten sonra parçalardan biri kesilip atılıyor. Oluşan yeni şeklin kütle merkezi hangi nokta ya da noktalar arasındadır? (Bölmeler eşit aralıklıdır)

- A) S-K arasında
- B) L noktasında
- C) K-L arasında
- D) L-M arasında
- E) M noktasında

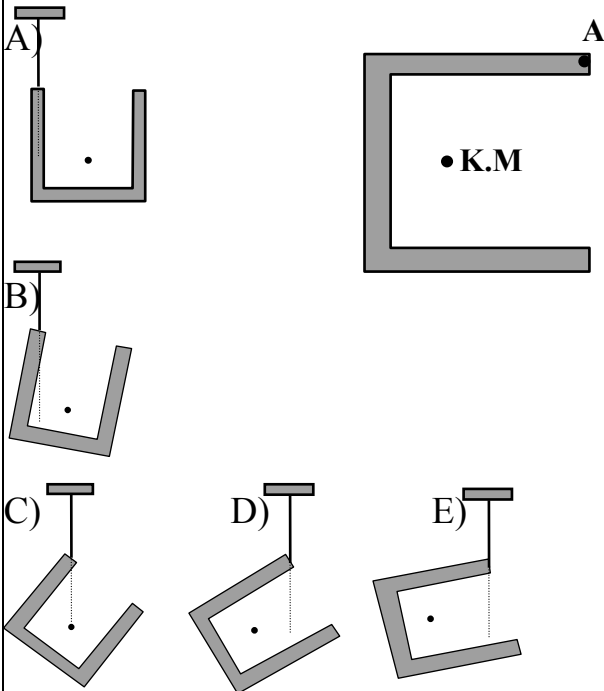


92) Dikdörtgen şeklindeki homojen levhanın taralı olmayan kısımları kesilip atılıyor. Yeni şeklin kütle merkezi nerededir?

- A) L noktasında
- B) L ile M arasında
- C) M noktasında
- D) M ile N arasında
- E) N noktasında

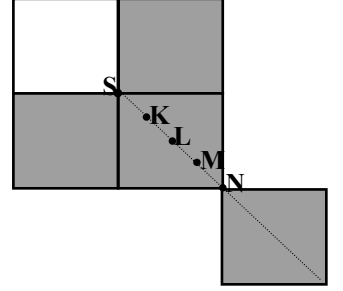


93) Şekildeki homojen levha parçası A noktasından asılınca nasıl dengelenir?



94) Homojen karesel levha dört eşit parçaya bölündükten sonra parçalardan biri kesilip şekildeki gibi yapıştırılıyor. Oluşan yeni şeklin kütle merkezi hangi nokta ya da noktalar arasındadır? (Bölmeler eşit aralıklıdır)

- A) K noktasında
- B) L noktasında
- C) K-L arasında
- D) L-M arasında
- E) M noktasında

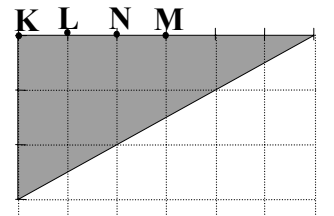


95) 120 cm uzunluğundaki homojen düz bir tel bir ucundan 30 cm'si kendi üzerine katlanıyor. Buna göre, kütle merkezi kaç cm yer değiştirir

- A) 5
- B) 7,5
- C) 10
- D) 15
- E) 30

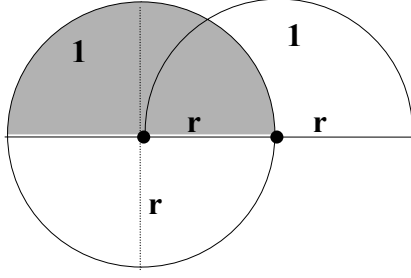
96) Şekildeki türdeş levha nereden asılırsa görüldüğü gibi dengede kalır? (Bölmeler eşit aralıklıdır.)

- A) K ile L arasından
- B) L noktasından
- C) L ile N arasından
- D) N noktasından
- E) N ile M arasından



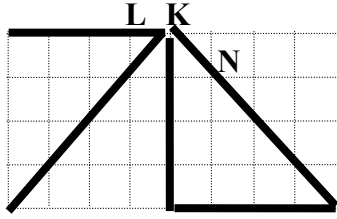
97) r yarıçaplı homojen daireden taralı olan 1 numaralı parça kesilip şekildeki gibi yapıştırılırsa kütle merkezi kaç r kadar yer değiştirir?

- A) $r/5$
- B) $r/4$
- C) $r/3$
- D) $r/2$
- E) r



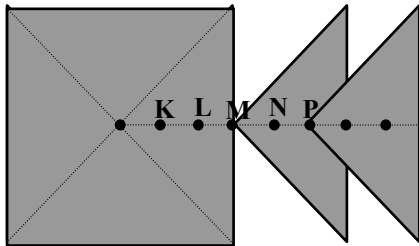
98) Şekildeki gibi bükülmüş homojen düz telin her bölgesindeki kalınlık aynıdır. Tel nereden asılırsa şekilde görüldüğü haliyle dengede kalır?

- A) L noktasında
- B) L ile K arasında
- C) K noktasında
- D) K ile N arasında
- E) N noktasında



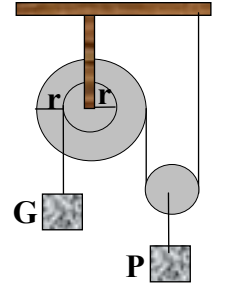
99) Kütleleri eşit homojen levhalar şekildeki gibi birbirine yapıştırılmıştır. Verilen aralıklar eşit olduğuna göre sistemin kütle merkezi hangi nokta ya da noktalar arasındadır? (Bölmeler eşit aralıklıdır)

- A) K-L arasında
- B) L-M arasında
- C) M noktasında
- D) M-N arasında
- E) N noktasında



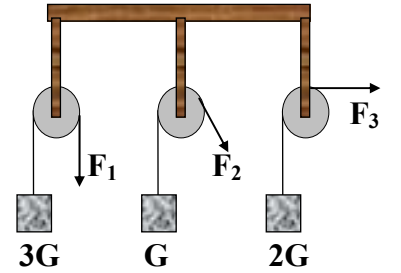
100) Birbirine yapışık disklerin merkezi O noktasıdır. Sistem dengede olduğuna göre P/G oranı kaçtır? (Makara ağırlıkları önemsizdir.)

- A) 4
- B) 2
- C) 1
- D) $1/2$
- E) $1/4$



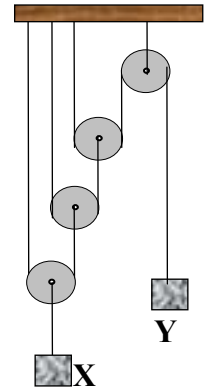
101) Şekildeki sürtünmesiz sistemler dengededir. Buna göre, F_1 , F_2 ve F_3 kuvvetlerinin büyüklükleri arasındaki ilişki aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $F_1 > F_2 > F_3$
- B) $F_1 > F_3 > F_2$
- C) $F_1 = F_2 = F_3$
- D) $F_3 > F_2 > F_1$
- E) $F_2 > F_3 > F_1$



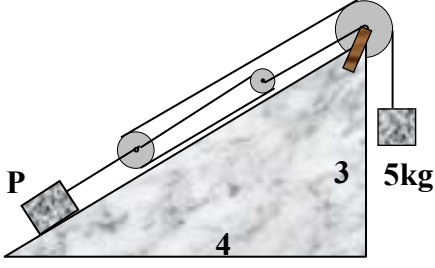
102) Şekildeki sürtünmesiz sistem dengede olup makara ağırlıkları önemsizdir. Buna göre, X/Y oranı kaçtır?

- A) 8
- B) 4
- C) 2
- D) 1
- E) $1/4$



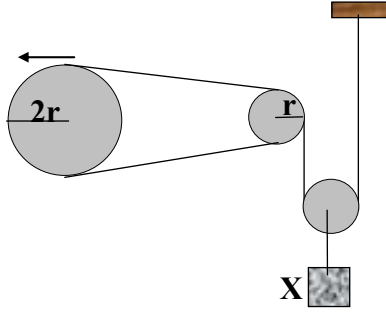
103) Şekildeki sürtünmesiz sistemde makara ağırlıkları önemsizdir. Sistem dengede olduğuna göre, **P** kaç kg dır?

- A) 80
- B) 40
- C) 25
- D) 15
- E) 5



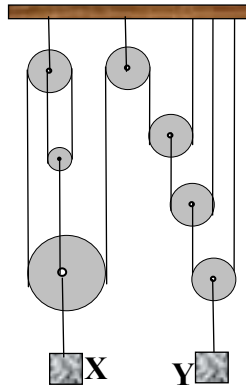
104) Şekildeki sistemde $2r$ yarıçaplı tekerlek ok yönünde 2 tur yapacak şekilde döndürüldüğünde **X** cismi ne kadar yükselir?

- A) $1\pi r$
- B) $2\pi r$
- C) $3\pi r$
- D) $4\pi r$
- E) $6\pi r$



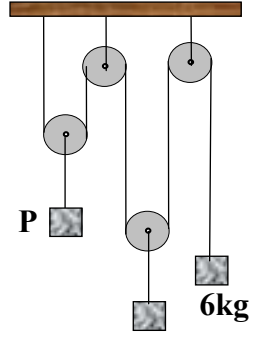
105) Makara ağırlıkları önemsiz olup sistem dengededir. Buna göre, **X** cismi 6 birim aşağı çekildiğinde **Y** cismi kaç birim yukarı çıkar?

- A) 24
- B) 12
- C) 6
- D) 3
- E) 2



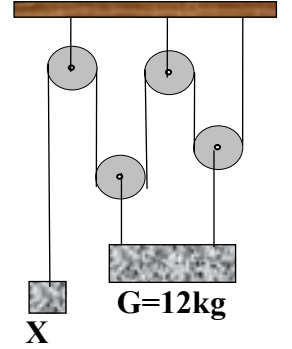
106) Şekildeki sistemde her bir makaranın kütlesi 4 kg dır. Buna göre, **P** kaç kg dır?

- A) 20
- B) 16
- C) 12
- D) 8
- E) 4



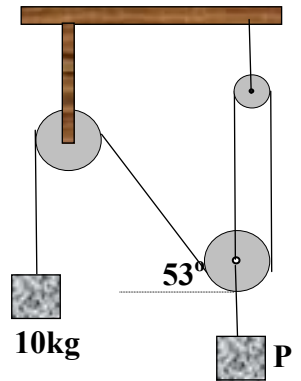
107) Şekildeki sistemde makara ağırlıkları önemsizdir. Buna göre, **X** kaç Kg dır?

- A) 2
- B) 3
- C) 6
- D) 8
- E) 10



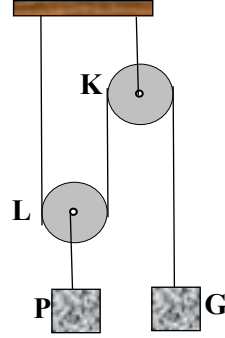
108) Şekildeki sistem dengede olup makara ağırlıkları önemsizdir. Buna göre, **P** kaç kg dır? ($\sin 53^\circ = 0,8$)

- A) 30
- B) 28
- C) 26
- D) 24
- E) 20



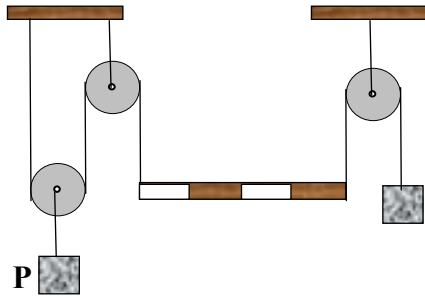
109) Şekildeki sistemde **G** yükü aşağı çekilerek **K** tekerleği 4 tur yaptığında özdeşi olan **L** tekerleği kaç tur yapar?

- A) 8
B) 4
C) 2
D) 1
E) 1/2



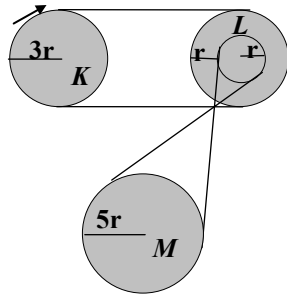
110) Şekildeki sistemde makaraların ağırlığı önemsiz olup eşit bölmeli homojen kalas dengededir. Buna göre, kalasın ağırlığı kaç **P** dir? (Bölmeler eşit aralıktır.)

- A) 1/2
B) 1
C) 2
D) 3
E) 4



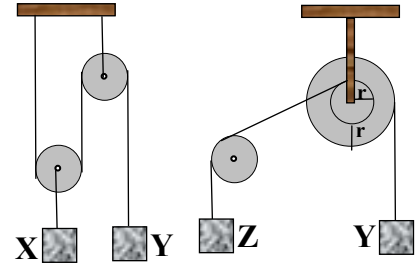
111) Şekildeki çarklar sisteminde çarkların merkezi sabitleşmiştir. **K** tekeri ok yönünde 10 defa dönerse **M** tekeri kaç defa döner?

- A) 9
B) 8
C) 5
D) 3
E) 2



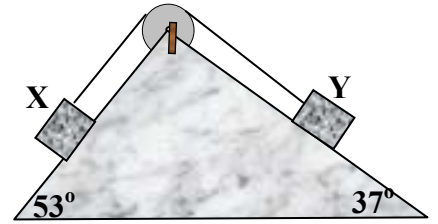
112) Şekildeki sürtünmesiz sistemlerde makara ağırlıkları önemsiz olup sistemler dengededir. Buna göre, **X/Z** oranı kaçtır?

- A) 1/4
B) 3/4
C) 1
D) 3/2
E) 2



113) **X** ve **Y** cisimleri sürtünmesiz eğik düzlemler üzerinde dengededir. Buna göre, **X/Y** oranı kaçtır? ($\sin 37^\circ = 0,6$; $\sin 53^\circ = 0,8$)

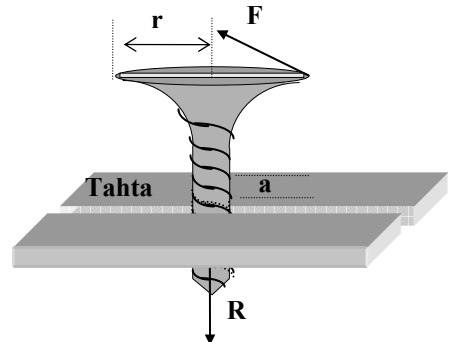
- A) 3
B) 4/3
C) 1
D) 3/4
E) 1/3



114) Şekildeki vidanın tahta içindeki aldığı yolun uzunluğu aşağıdakilerden hangisine bağlıdır? (Kuvvet yeterince büyüktür)

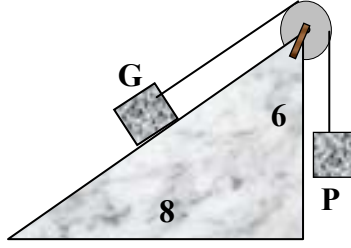
- I. Vidaya uygulanan Kuvvetin büyüklüğü (**F**)
II. Vida adım uzunluğu (**a**)
III. Vidanın yarıçapı (**r**)
IV. Tahtanın vidaya uyguladığı direnç kuvveti (**R**)
V. Vidanın dönme sayısı (**n**)

- A) I ve IV
B) II ve V
C) II, III ve V
D) I, IV ve V
E) II, IV ve V



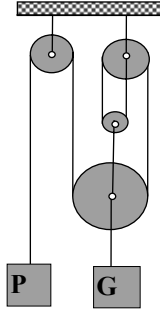
115) Şekildeki sürtünmesiz sistem dengededir. Buna göre, P/G oranı kaçtır?

- A) 3/5
- B) 4/5
- C) 1
- D) 3
- E) 4



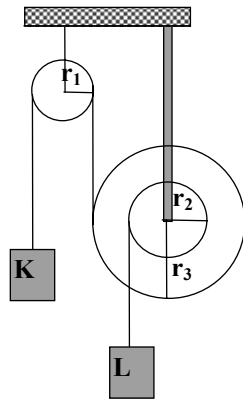
116) Şekildeki sürtünmesiz sistemde her bir makaranın ağırlığı P kadardır. P cismi 4 metre aşağı çekildiğinde G cismi kaç metre yukarı çıkar?

- A) 1
- B) 3/2
- C) 2
- D) 8
- E) 16



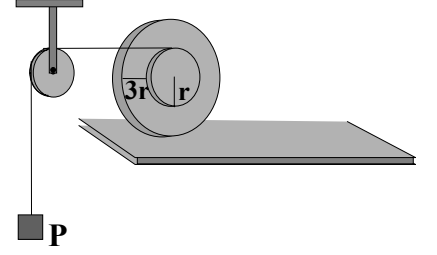
117) Şekildeki sistem dengededir. Aşağıdakilerden hangisinin değişmesiyle denge bozulmaz?

- A) L ağırlığı
- B) r_2
- C) r_3
- D) K ağırlığı
- E) r_1



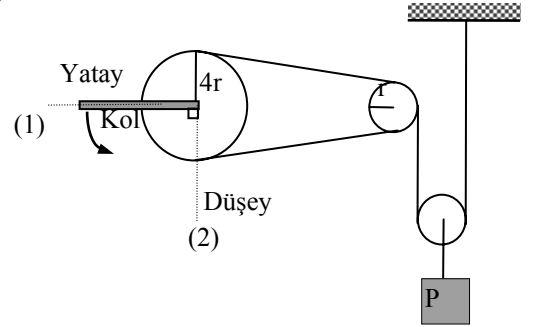
118) Şekildeki sistemde r ve $3r$ yarıçaplı tekerleklerin merkezleri çakışık olup birbirine perçinlenmiştir. P cisminin $16\pi r$ kadar yukarı çıkması için tekerlek kaç kez dönmelidir?

- A) 1/2
- B) 1
- C) 2
- D) 3
- E) 4



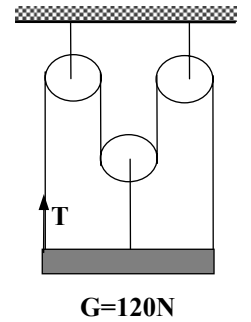
119) Şekildeki sistemde kol (1) konumundan (2) konumuna getirildiğinde P cismi kaç πr yükselir?

- A) 1/2
- B) 1
- C) 3/2
- D) 2
- E) 5/2



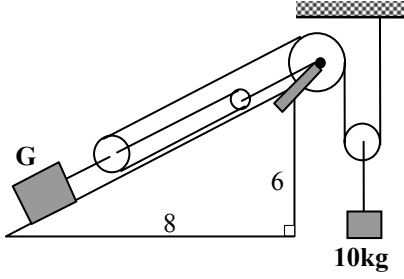
120) Şekildeki sistem homojen G ağırlığı ile dengede olduğuna göre T kaç N dir?

- A) 10
- B) 30
- C) 40
- D) 50
- E) 60



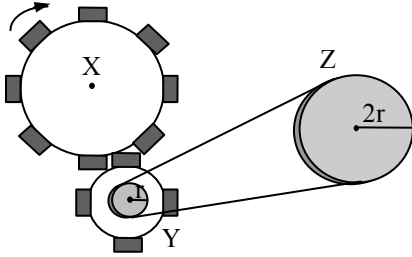
121) Şekildeki sürtünmesiz sistemde makara ağırlıkları önemsizdir. Sistem dengede olduğuna göre G kaç kg dır?

- A) 100
- B) 50
- C) 25
- D) 10
- E) 4



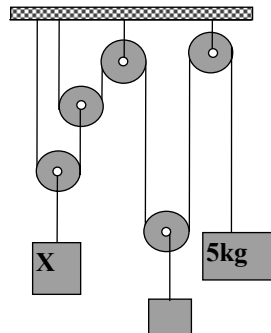
122) Şekildeki sistemde X dişlisinde 12, Y dişlisinde 6 diş vardır. Y dişlisine monte edilen r yarıçaplı tekerlek $2r$ yarıçaplı Z tekerleğine kayışla bağlıdır. X dişlisi ok yönünde 12 tam dönme yaptığında Z kaç kez döner?

- A) 3
- B) 6
- C) 12
- D) 24
- E) 48



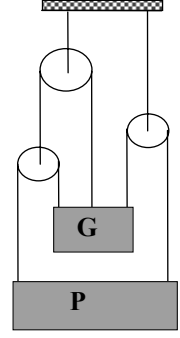
123) Şekildeki sistem dengede olup her bir makaranın kütlesi 3 kg dır. Buna göre, X kaç kg dır?

- A) 9
- B) 11
- C) 16
- D) 19
- E) 23

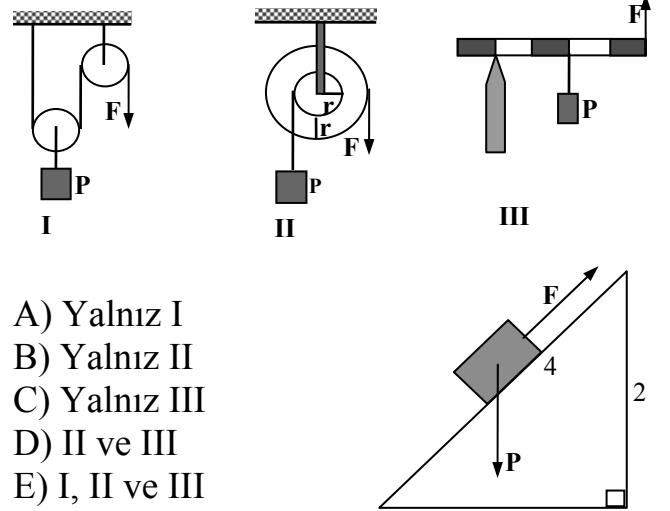


124) Şekildeki sistem ağırlıksız makaralarla dengededir. Buna göre, P/G oranı nedir? (P cismi düzgün ve homojendir)

- A) 1/4
- B) 1/2
- C) 1
- D) 2
- E) 4



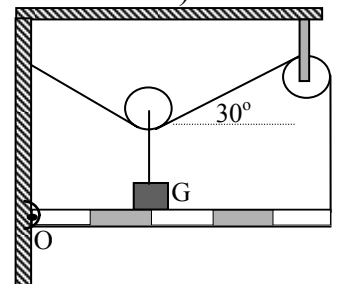
125) Sürtünmesiz eğik düzlem üzerinde bulunan P ağırlıklı cisim F kuvveti ile dengededir. Aşağıdaki şekillerden hangisinde ya da hangilerinde aynı cisim yine dengededir? (Kalas ve makaralar ağırlıksızdır)



- A) Yalnız I
- B) Yalnız II
- C) Yalnız III
- D) II ve III
- E) I, II ve III

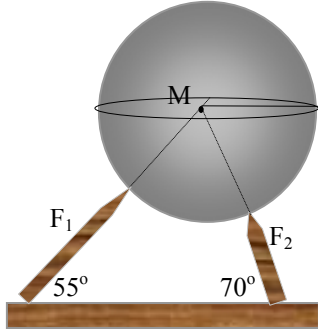
126) Şekildeki homojen kalasın ağırlığı $2G$ olup sistem dengededir. Buna göre kalasın sağ ucuna bağlı ipteki gerilme kuvveti kaç G dir? (Bölmeler eşit aralıktır)

- A) 1/7
- B) 1
- C) 2/5
- D) 1/2
- E) 2/3



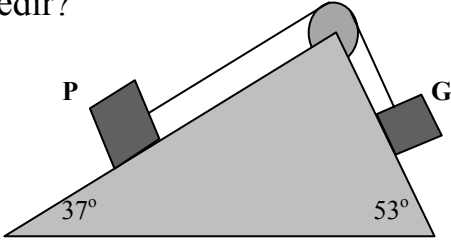
127) Şekildeki homojen küre destekler yardımıyla dengededir. Buna göre kürenin ağırlığı olan G ile, desteklerin küreye uyguladığı tepki kuvvetleri F_1 ve F_2 arasında aşağıdaki ilişkilerden hangisi doğrudur?

- A) $F_1 > F_2 > G$
- B) $F_2 > F_1 > G$
- C) $F_2 > G > F_1$
- D) $G > F_2 > F_1$
- E) $F_1 > F_2 = G$



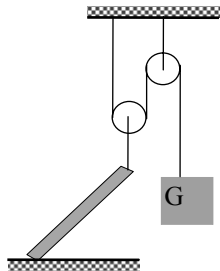
128) P ve G cisimleri sürtünmesiz eğik düzlemler üzerinde dengededir. Buna göre, P/G oranı nedir?

- A) 2
- B) $4/3$
- C) 1
- D) $3/4$
- E) $1/2$



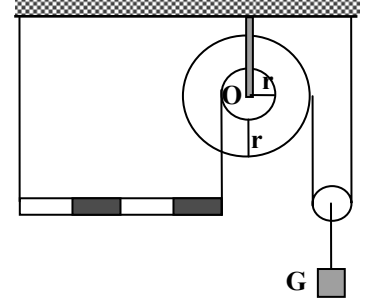
129) Şekildeki sürtünmesiz sistem ağırlıksız makaralarla dengededir. Buna göre, homojen kalasın ağırlığının G cisminin ağırlığına oranı nedir?

- A) 4
- B) 2
- C) 1
- D) $1/2$
- E) $1/4$



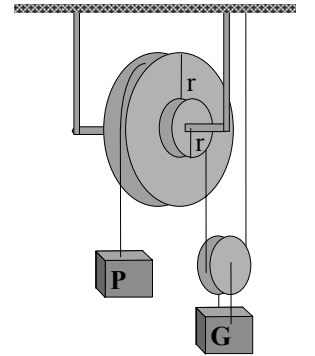
130) Şekildeki sistem ağırlıksız makara ve eşit bölmeli homojen kalasla dengededir. Buna göre, kalasın ağırlığı kaç G dir? (Sürtünmeler yok makaralar O noktası etrafında dönebilmektedir)

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 8



131) Şekildeki sürtünmesiz sistemde cisimlerin kütleleri eşittir. Sistem serbest bırakıldıktan bir süre P cisminin kinetik enerjisinin G cisminin kinetik enerjisine oranı kaçtır? (Makara ağırlıkları önemsizdir.)

- A) 16
- B) 12
- C) 4
- D) 1
- E) $1/12$



132) Şekildeki sürtünmesiz sistem ağırlıksız makaralarla dengededir. Buna göre, T kaç Newton dur?

- A) 140
- B) 120
- C) 110
- D) 90
- E) 60

